

ලଞ୍ଜନଶାସ୍ତ୍ର

$$a^y = x \text{ නම් } y = \log_a x$$

$$\log_a 1 = 0$$

$$\log_a a = 1$$

$$x > 1 \text{ නම් } \log_a x > 0$$

$$0 < x < 1 \text{ නම් } \log_a x < 0$$

$$x \rightarrow +\infty \text{ විට } \log_a x \rightarrow +\infty$$

$$x \rightarrow 0^+ \text{ විට } \log_a x \rightarrow -\infty$$

$$\log_a(mn) = \log_a m + \log_a n$$

$$\log_a\left(\frac{m}{n}\right) = \log_a m - \log_a n$$

$$\log_a m^n = n \log_a m$$

$$\log_a\left(\frac{1}{m}\right) = -\log_a m$$

$$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$$

$$\log_a x = \frac{1}{\log_x a}$$

1. පහත සමීකරණ විසඳන්න.

$$(i) 3^x = 21 \quad (ii) 5^{2x+1} = 6^{x-2} \quad (iii) \frac{5^x - 5^{-x}}{2} = 3$$

2. පහත සමීකරණ විසඳන්න.

$$(i) 3^{2x+1} - 26(3^x) = 9 \quad (ii) 4^x - 6(2^x) - 16 = 0 \quad (iii) 2(2^{2x}) - 5(2^x) + 2 = 0$$

3. පහත සමීකරණ විසඳන්න.

$$(i) e^{2\ln x} = 9$$

$$(ii) \ln x^2 = \ln(12 - x)$$

$$(iii) \ln x = 1 + \ln(x - 3)$$

4. $\log_3 5 \log_5 27 = 3$ බව පෙන්වන්න.

5. $\log_3 x = 9 \log_x 3$ විසඳන්න.

6. පහත සමීකරණ විසඳන්න.
 - (i) $\ln 18 + 3 \ln x = 2(\ln 3 + \ln 4)$
 - (ii) $\log_3 x - 4 \log_x 3 + 3 = 0$
 - (iii) $\lg(\lg x) = 2$
7. පහත සමීකරණ විසඳන්න.
 - (i) $\log_3(x+1) = 3 + 4 \log_{x+1} 3$
 - (ii) $\log_3 x = 2 \log_x 3 = 1$
 - (iii) $9 \log_x 5 = \log_5 x$
8. පහත සමීකරණ විසඳන්න.
 - (i) $2 \log_{10} x = 1 + \log_{10}(1-x)$
 - (ii) $\log_x 45 + 4 \log_x 2 - \frac{1}{2} \log_x 81 - \log_x 10 = \frac{3}{2}$
 - (iii) $\log_3 x + 3 = 4 \log_x 3$
9. $a^2 + b^2 = 7ab$ නම් $2 \ln \left(\frac{a+b}{3} \right) = \ln a + \ln b$ බව පෙන්වන්න.
10. $x^2 + y^2 = 23xy$ නම් $\lg(x+y) = \lg 5 + \frac{1}{2} \lg x + \frac{1}{2} \lg y$ බව පෙන්වන්න.
11. $\log_b a = 4, \log_c b = 3, a = 32c^2$ නම් a, b, c සොයන්න.
12. u, v, w, x යනු ධන තාත්වික සංඛ්‍යා නම්
 $\ln \left(\frac{u}{v} \right) \ln \left(\frac{w}{x} \right) = \ln \left(\frac{u}{w} \right) \ln \left(\frac{v}{x} \right) + \ln \left(\frac{u}{x} \right) \ln \left(\frac{w}{v} \right)$ බව පෙන්වන්න.
13. a සහ b යනු ධන තාත්වික සංඛ්‍යා නම් $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$ බව පෙන්වන්න. $\frac{1}{\log_a ab} + \frac{1}{\log_b ab} = 1$ බව අපේක්ෂා කෙරේ.
14. a සහ b යනු ධන තාත්වික සංඛ්‍යා නම් $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$ බව පෙන්වන්න. එනමින් $\log_3 x - 2 \log_x 3 = 1$ සමීකරණය විසඳන්න.
15. පහත සමගාමී සමීකරණ විසඳන්න.
 - (i) $xy = 80$ සහ $\lg x - 2 \lg y = 1$
 - (ii) $2 \lg y = \lg 2 + \lg x$ සහ $2^y = 4^x$
 - (iii) $\log_3 x = y = \log_9(2x-1)$
16. පහත සමගාමී සමීකරණ විසඳන්න.
 - (i) $\log_3 x + \log_3 y = 3$ සහ $\log_y x = 2$
 - (ii) $\log_9 xy = \frac{5}{2}$ සහ $\log_3 x = -6 \log_y 3$
 - (iii) $\log_a(x+y) = 0$ සහ $2 \log_a x = \log_a(1+y)$
17. $\log_a n = x$ සහ $\log_c n = y$ නම් $\frac{x-y}{x+y} = \frac{\log_b c - \log_b a}{\log_b c + \log_b a}$ බව පෙන්වන්න. $a = 4, b = 2, c = 8$ සහ $n = 4096$ විට වගු භාවිතයෙන් තොරව ඉහත ප්‍රතිඵලය සත්‍යාපනය කරන්න.
18. $\frac{1}{\log_2 a} + \frac{1}{\log_8 a} + \frac{1}{\log_{32} a} + \dots$ යන ශ්‍රේණියේ පද n වල එකතුව $\frac{n^2}{\log_2 a}$ බව පෙන්වන්න.
19. $\log_a y = \frac{\log_b y}{\log_b a}$ බව පෙන්වන්න. එනමින් $(1 + 2 \log_4 x) \log_{10} 2 = 1$ සමීකරණය විසඳන්න.

20. $\log_a m = \frac{\log_b m}{\log_b a}$ බව පෙන්වන්න. එනමින් $\log_2 3 \log_3 5 \log_5 2 = 1$ බව සාධනය කරන්න.
21. a, b හා c ධන තාත්වික සංඛ්‍යා වීම
 (i) $\frac{1}{\log_a abc} + \frac{1}{\log_b abc} + \frac{1}{\log_c abc} = 1$ බව සාධනය කරන්න.
 (ii) $\frac{1}{\log_{ab} abc} + \frac{1}{\log_{bc} abc} + \frac{1}{\log_{ca} abc} = 2$ බව සාධනය කරන්න.
22. $\frac{1}{\log_a x} + \frac{1}{\log_c x} = \frac{2}{\log_b x}$ වේ නම් a, b, c ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක අනුයාත පද වන බව සාධනය කරන්න.
23. a, b යනු ධන තාත්වික සංඛ්‍යා නම් $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$ පෙන්වන්න. $y = \log_3 x$ නම් සහ $\log_3 x - \log_x 9 + \log_3 3^k + k \log_x 3 = 0$ නම් $y^2 + ky + k - 2 = 0$ බව සාධනය කරන්න.
24. $a^{\ln(\frac{b}{c})} b^{\ln(\frac{c}{a})} c^{\ln(\frac{a}{b})} = 1$ බව සාධනය කරන්න.
25. $a^2 + b^2 = c^2$ නම් $\frac{1}{\log_{b+ca} a} + \frac{1}{\log_{c-ba} a} = 2$ බව පෙන්වන්න.
26. x, y හා z ධන තාත්වික සංඛ්‍යා වීම $\frac{\ln x}{y-z} = \frac{\ln y}{z-x} = \frac{\ln z}{x-y}$ නම්
 (i) $xyz = 1$ බව සාධනය කරන්න.
 (ii) $x^x y^y z^z = 1$ බව සාධනය කරන්න.
27. $\log_a m = \frac{\log_b m}{\log_b a}$ බව පෙන්වන්න. එනමින් $\log_a b \cdot \log_b c \cdot \log_c a = 1$ බව සාධනය කරන්න.
28. $\log_a b \cdot \log_b a = 1$ බව පෙන්වන්න. එනමින් $\frac{1}{1+\log_a bc} + \frac{1}{1+\log_b ca} + \frac{1}{1+\log_c ab} = 1$ බව සාධනය කරන්න.
29. x, y හා z ධන තාත්වික සංඛ්‍යා වීම $\frac{\ln x}{b-c} = \frac{\ln y}{c-a} = \frac{\ln z}{a-b}$ නම්
 (i) $x^{b+c} y^{c+a} z^{a+b} = 1$ බව සාධනය කරන්න.
 (ii) $a^{\ln(\frac{b}{c})} b^{\ln(\frac{c}{a})} c^{\ln(\frac{a}{b})} = 1$ බව සාධනය කරන්න.
30. a, b යනු ධන තාත්වික සංඛ්‍යා නම් $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$ පෙන්වන්න. $y = \log_x 4$ ආදේශයෙන් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ $4 \log_{16} x - 1 = \log_x 4$ සමීකරණය විසඳන්න. M/P 2000
31. $y = 3^x$ ආදේශය යොදා ගනිමින් $3^{2x+1} + 3^2 = 3^{x+3} + 3^x$ සමීකරණය විසඳන්න. A/L-2011-MP-Part A
32. a, b හා c යනු 1ට සමාන නොවන ඕනෑම ධන තාත්වික සංඛ්‍යා තුනක් නම් එවිට
 $\log_a c = \log_a b \times \log_b c$ බව සාධනය කරන්න. $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$ බව අපේක්ෂා කරන්න.
 $x = \log_a(bc), y = \log_b(ac)$ සහ $z = \log_c(ab)$ නම් $xyz = x + y + z + 2$ බව සාධනය කරන්න. A/L-2011-MP-Part B
33. a සහ b යනු ධන තාත්වික සංඛ්‍යා නම් $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$ බව පෙන්වන්න. $\frac{1}{\log_2 2001} + \frac{1}{\log_3 2001} + \frac{1}{\log_4 2001} + \dots + \frac{1}{\log_{100} 2001} = \frac{1}{\log_{100!} 2001}$ බව පෙන්වන්න. A/L-2001