ස්පර්ශක සහ අභිලම්භ සම්බන්ධ ගැටළු

(1) $y^2 = 4ax$ පරාවලය මත ලක්ෂයක පරාමිතික නිරූපනය $x = at^2$, $y = 2at$ බව පෙන්වන්න. පරාමිතිය t වන ලක්ෂයේදී අඳිනු ලබන ස්පර්ෂකයේ සමීකරණයත් අභිලම්බයේ සමීකරණයත් ලබා ගන්න.

(2) $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ ඉලිප්සය මත ලක්ෂයක පරාමිතික නිරූපනය $x = a\cos\theta, y = b\sin\theta$ බව ලබා ගන්න. θ හදුන්වා දෙන්න. පරාමිතිය θ වන ලක්ෂයේ දී අඳිනු ලබන ස්පර්ශකයේ සහ අභිලම්බයේ සමීකරණය ලබා ගන්න.

(3) $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ බහුවලය වන ලක්ෂයක පරාමිතික නිරූපනය $x = a\sec\theta$, $y = b\tan\theta$ බව ලබා ගන්න. පරාමිතිය θ වන ලක්ෂයේ දී අඳිනු ලබන ස්පර්ශකයේ සහ අභිලම්බයේ සමීකරණය ලබා ගන්න.

(4) $xy = c^2$ සෘජුකෝණාස්‍ර බහුවලය මත ලක්ෂයක් පරාමිතික නිරූපණය $x = ct$, $y = \frac{c}{t}$ බව පෙන්වන්න. t පරාමිතියකි. පරාමිතිය t මත ලක්ෂයකදී අඳිනු ලබන ස්පර්ශකයේත් අභිලම්බයේත් සමීකරණ ලබා ගන්න.

(5) $(1,-2)$ ලක්ෂ්‍යයේදී $y^2 = 4x$ වක්‍රයට ඇඳි ස්පර්ශකයේත් අභිලම්බයේත් සමීකරණ ලබා ගන්න. අභිලම්භය නැවත වක්‍රය හමුවන ලක්‍ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

(6) $(1,1)$ ලක්ෂ්‍යයේදී $y^2 = x^3$ වක්‍රයට ඇඳි ස්පර්ශකයේත් අභිලම්බයේත් සමීකරණ ලබා ගන්න. ස්පර්ශකය නැවත වක්‍රය හමුවන ලක්‍ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

(7) $y^2 = 4ax$ වක්‍රයෙහි පරාමිතික නිරූපනය $x = at^2$ සහ $y = 2at$ මගින් දී ඇත. පරාමිතිය t වන ලක්‍ෂ්‍යයේදී අභිලම්බයේත් සමීකරණ ලබා ගන්න.
බාහිර ලක්‍ෂ්‍යයක සිට වක්‍රයට අභිලම්භ තුනකට වඩා ඇඳිය නොහැකි බව අපෝහනය කරන්න.

(8) $x = 1$ වන ලක්ෂ්‍යයේදී $y = \frac{2x}{x^2+1}$ වක්‍රයට ඇඳි ස්පර්ශකයේත් අභිලම්බයේත් සමීකරණ ලබා ගන්න.

(9) $x^3 + 3x^2y - 6xy^2 + 2y^3 = 0$ වක්‍රයට $(1,1)$ ලක්‍ෂ්‍යයේදී ඇඳි ස්පර්ශකයේත් අභිලම්බයේත් සමීකරණ ලබා ගන්න.

(10) $3x^2 + 2xy + 2y^2 = 7$ වක්‍රය මත වූ $(1,1)$ ලක්ෂයේදී ස්පර්ෂකයේ සමීකරණය සොයන්න. මෙම වක්‍රය $y^2 = ax + b$ වක්‍රය $(1,1)$ ලක්ෂයේදී ස්පර්ෂ කරයි නම් a හා b වල අගයන් සොයන්න.

(11) $y = a\sin^3\theta \quad ,x = a\cos^3\theta$ වක්‍රයට $\theta = \frac{\pi}{6}$ දී ඇඳි ස්පර්ෂකයේ සමීකරණය සොයන්න.

(12) $y = 4x$ රේඛාවට සමාන්තර ලෙස $y = 10x - 3x^2$ වක්‍රයට ඇඳි ස්පර්ශකයේ සමීකරණය ලබා ගන්න.

(13) $\frac{d}{dx}\left(\frac{x}{1+x}\right) = \left(\frac{1}{1+x}\right)^2$ බව පෙන්වන්න. $\frac{y}{1+y} + \frac{x}{1+x} - x^2y^3 = 0$ වක්‍රයට $(1,1)$ ලක්‍ෂ්‍යයේදී ඇඳි ස්පර්ශකයේ සමීකරණය $7x + 11y - 18 = 0$ බව පෙන්වන්න.

(14) වක්‍රයක පරාමිතික සමීකරණ $x = t^2 + 1$ සහ $y = t^3 - t$ මගින් දී ඇත.
(i) $t = 1$ වන ලක්‍ෂ්‍යයේදී වක්‍රයට ඇඳි ස්පර්ෂකයේ සමීකරණය ලබා ගන්න.
(ii) x සහ y පද t ට සාපේක්‍ෂව එකම සීඝ්‍රතාවයෙන් වැඩි වේ නම් එවිට t හි අගයන් ලබා ගන්න.

(15) $y^2 = 4ax$ වක්‍රයක් $x = at^2$ සහ $y = 2at$ පරාමිතික සමීකරණ මගින් දී ඇත. පරාමිතිය t වන P හිදී ඇඳි ස්පර්ෂකයේ සහ අභිලම්භයේ සමීකරණ ලබා ගන්න. $t = 2$ විට ඇඳි අභිලම්භය නැවත වක්‍රය Q හිදී හමු වේ.
(i) Q ලක්‍ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න.
(ii) Q හිදී ස්පර්ශකයේ සමීකරණ ලබා ගන්න.

(16) වක්‍රයක් පරාමිතිකව $x = 120t - 4t^2$ සහ $y = 60t - 6t^2$ මගින් දී ඇත. වක්‍රය x අක්ෂය කපන ලක්‍ෂ්‍යය වල දී ඇඳි ස්පර්ශක වල අනුක්‍රමණ ලබා ගන්න.

(17) වක්‍රයක පරාමිතික සමීකරණ $x = 2 + t$ සහ $y = 1 - t^2$ මගින් දී ඇත. පරාමිතිය t වන ලක්ෂ්‍යයේදී ඇඳි අභිලම්භයේ සමීකරණය $x - 2ty = 2t^3 - t + 2$ බව පෙන්වන්න. $t = 2$ වන පරිදි වන C ලක්ෂ්‍යයේදී ඇඳි අභිලම්භය නැවත D හිදී වක්‍රය හමු වෙයි. D හිදී $t = T$ නම් $4T^2 + T - 18 = 0$ බව පෙන්වන්න. එනයින් D හි ඛණ්ඩාංක ලබා ගන්න. වක්‍රයේ බාටිසීයානු සමීකරණය ලබා ගෙන එහි ප්‍රස්ථාරය අඳින්න.

(18) $x = t^2$ සහ $y = t^3$ මගින් වක්‍රයක් පරාමිතිකව දී ඇත. පරාමිතිය t වන ලක්ෂ්‍යයේදී ස්පර්ශකයේ සමීකරණය $2y - 3tx + t^3 = 0$ බව පෙන්වන්න.

(i) මෙම ස්පර්ශකය නියත (h,k) ලක්ෂ්‍යයක් හරහා ගමන් කරයි. මෙම නියත ලක්ෂ්‍යය හරහා ස්පර්ශක තුනකට වඩා ගමන් කල නොහැකි බව පෙන්වන්න.

(ii) $t = 2$ හිදී ඇඳි ස්පර්ශකය නැවත වක්‍රය $t = T$ විට හමු වේ. T සොයා එම ලක්ෂ්‍යය සොයන්න.

(19) $y = 6t^2$ හා $x = 4(t^3 - 1)$ සමීකරණ මගින් වක්‍රයක් දෙනු ලැබේ. මෙහි t පරාමිතියකි. t ලක්ෂයේදි වක්‍රයට ඇඳි ස්පර්ෂකයේ හා අභිලම්භයේ සමීකරණ සොයන්න. $t = 1$ ලක්ෂයේ දි ඇඳි ස්පර්ෂකය වක්‍රය නැවත හමු වන බව පෙන්වන්න. එම ලක්ෂයේ දී පරාමිතිය සොයන්න.
$t = 1$ ලක්ෂයේදි ඇඳි අභිලම්භයට වක්‍රය නැවත හමු නොවන බව ද සාධනය කරන්න.

(20) වක්‍රයක් $x = 3t^2 + 1, y = 2t^3$ සමීකරණ වලින් දෙනු ලැබේ. මෙහි t යන්න පරාමිතියකි. පරාමිතිය t වන ලක්ෂ්‍යයේදි වක්‍රයට ඇදි ස්පර්ෂකයේ සමීකරණය සොයන්න. වක්‍රයට මූල ලක්ෂ්‍යයේ සිට අභිලම්භයන් ඇදිය නොහැකි බව පෙන්වන්න.

(21) වක්‍රයක් $x = e^{\theta} \cos\theta, y = e^{\theta} \sin\theta$ සමීකරණ මගින් පරාමිතික ලෙස දී ඇතග පරාමිතිය θ වන P ලක්ෂ්‍යයේදී ස්පර්ශකයේ සමීකරනය සොයන්න. P වක්‍රය ඔස්සේ විචලනය වන විට OP හා P හිදී ස්පර්ශකය අතර කෝණය නියතයක්ව පවතින බව පෙන්වන්න. O යනු ඛණ්ඩාංක මූල ලක්ෂ්‍යයවේ.

(22) වක්‍රයක් $x = 3t$ සහ $y = \frac{3}{t}$ පරාමිතික සමීකරණ මගින් දී ඇත. පරාමිතිය t වන P හිදී ඇඳි අභිලම්භයේ සමීකරණය ලබා ගන්න. $t = 2$ විට ඇඳි අභිලම්භය නැවත වක්‍රය Q හිදී හමු වේ.

(i) Q ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

(ii) Q හිදී ස්පර්ශකයේ සමීකරණ ලබා ගන්න.

අවකලනය භාවිතයෙන් ප්‍රස්ථාර ඇඳීම සම්බන්ධ ගැටළු

(23) $y = x^4 - 6x^2 + 8x + 14$ ශ්‍රිතයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

(24) $f(x) = 2x^3 + bx^2 + cx - 1$ නම් $y = f(x)$ ශ්‍රිතයට $x = 2$ හා $x = -1$ යනු ස්ථාවර ලක්ෂ්‍ය විට b හා c සොයා එම අගයන්ට $y = f(x)$ ශ්‍රිතයේ දළ ප්‍රස්ථාරය අඳින්න.

(25) $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 5$ නම් $y = f(x)$ ශ්‍රිතයේ උපරිම හා අවම අගයන් සොයා එහි ප්‍රස්ථාරය ඇඳින්න. එනයින් $y = -f(x)$ සහ $y = |f(x)|$ ශ්‍රිත වල දළ සටහන් අඳින්න.

(26) $y = 1 + \frac{6}{x-3} - \frac{24}{x+3}$ ශ්‍රිතයේ උපරිම හා අවම ලක්ෂ්‍ය සොයා දළ සටහන අඳින්න.

(27) $y = 3x^4 - 6x^3 + 2x$ ශ්‍රිතයට උපරිම එකක් හා අවමයන් දෙකක් ඇති බවද මින් උපරිමය 0 හා 1 අතර පවතින බවද $x < 0$ සඳහා අවමයක් ද $x > 1$ සඳහා අවමයක්ද ඇති බව පෙන්වන්න.

(28) $y = \frac{(x-1)^2}{x+3}$ ශ්‍රිතයෙහි ස්ථාවර ලක්ෂ්‍ය දෙකක් ඇති බව පෙන්වා එහි ප්‍රස්ථාරය අඳින්න

(29) $y = \frac{x}{x^2 + 1}$ හි උපරිම අවම ලක්ෂ්‍ය වෙන් කර එහි ප්‍රස්ථාරය අඳින්න. මෙම වක්‍රය $y = \pm\frac{1}{2}$ අතර සම්පූර්ණයෙන්ම පිහිටන බව පෙන්වන්න.

(30) $y = (x^3 - 3x^2 + 5x - 5)e^x$ ශ්‍රිතයේ උපරිම හා අවම අගයන් සොයා එහි ප්‍රස්ථාරය ඇඳ එනයින් $x^3 - 3x^2 + 5x - 5 = 0$ සමීකරණයට තාත්වික මූල එකක් පමණක් ඇති බව පෙන්වන්න.

(31) $y=\dfrac{x^2e^x}{(x-1)^2}$ ශ්‍රිතයෙහි ස්ථාවර ලක්ෂ්‍ය සොයා එහි ප්‍රස්තාරයක් අඳින්න.

$\dfrac{1}{4e}<k<4e^2$ විට $x^2e^x-k(x-1)^2=0$ සමීකරණයට විසඳුම් එකක් පමණක් ඇති බව පෙන්වන්න.

(32) $y=\dfrac{x^2+1}{(x-1)^2}$ ශ්‍රිතයේ දළ සටහන අඳින්න. $x^2+1-k(x-1)^2=0$ සමීකරණයට තාත්වික විසඳුම් දෙකක් පමණක් තිබෙන්නේ k හි කවර අගයන් සඳහාද?

(33) $x^3+y^3-3xy=0$ ශ්‍රිතයේ ස්ථාවර ලක්ෂයන් $x=0,=2^{\frac{1}{3}}$ බව පෙන්වන්න.

(34) පහත විස්තර කර ඇති $y=f(x)$ සන්තතික ශ්‍රිතයේ දළ සටහන අඳින්න.

$f(-2)=8, f(0)=4, f(2)=0, |x|>2$ විට $f'(x)>0$ ද $|x|<2$ විට $f'(x)<0$ ද $x\longrightarrow+\infty$ විට $y\longrightarrow+\infty$, $x\longrightarrow-\infty$ විට $y\longrightarrow-\infty$

(35) අවකල්‍ය ශ්‍රිතයක උපරිම හා අවම අගයන් (පවතී නම්)එහි ප්‍රථම ව්‍යුත්පන්නය පමණක් සැලකීමෙන් නිර්නය කරන්නේ කෙසේදැයි පැහැදිලි කරන්න $y=\dfrac{x^3}{1+x^4}$ හි උපරිම අවම අගයන් සොයා එහි වක්‍රයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

(36) $0\le x\le\pi$ පරාසයේදී $y=2+3\sin^2 x$ ශ්‍රිතයේ උපරිම හා අවම ලක්ෂ්‍ය සොයා දළ සටහන අඳින්න.

(37) $(x)=9xe^{-x/3}$ශ්‍රිතය නතිවර්තන ලක්‍ෂ්‍ය $x=6$ දී බව ලබා ගන්න $x<6$ විට යටි අතට අවතල බවත් $x>6$ විට උඩු අතට අවතල බවත් ලබා ගන්න.

(38) $f(x)=3x^4-20x^3+17$ ශ්‍රිතය සලකන්න. $x=0$ හා $x=\frac{10}{3}$ විට නතිවර්තන ලක්‍ෂ්‍ය පවතින බව පෙන්වන්න. $x<0$ විටත් $x>\frac{10}{3}$ විටත් උඩු අතට අවතල බව පෙන්වන්න. $0<x<{}^{10}/_{3}$ විට අවතලතාව කුමක්ද

(39) පහත දී ඇති වක්‍රවල අවතලතාව සාකච්ඡා කරන්න.

$(i).\ y=x^3+1$
$(ii).\ y=\sin x\ ,\quad 0\le x\le 2\pi$
$(iii).\ y=3x^5-20x^3$
$(iv).\ y=-x^3+3x+2$
$(v).\ y=3x^4-4x^3$
$(vi).\ y=x-{}^{1}/_{x}$
$(vii).\ y=x^5-x$

(40) $\dfrac{dy}{dx}$ සහ $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ සොයන්න. ස්පර්ශෝන්මුඛ, හැරුම් ලක්ෂ්‍යය හා නතිවර්තන ලක්ෂ්‍යයන් දක්වමින් පහත ශ්‍රිත වල ප්‍රස්ථාර අඳින්න.

$(i).\ y=x+{}^{1}/_{x}$
$(ii).\ y=x^4-12x^2$
$(iii).\ y=-2x^3+6x^2-10x+5$
$(iv).\ y=(x-1)^3(x-5)$
$(v).\ y=\dfrac{x}{(x-1)^2}$
$(vi).\ y=\dfrac{(x+1)}{(x+2)^2}$

(41) $\dfrac{dy}{dx}$ සහ $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ සොයන්න. ස්පර්ශෝන්මුඛ, හැරුම් ලක්ෂ්‍යය හා නතිවර්තන ලක්ෂ්‍යයන් දක්වමින් පහත ශ්‍රිත වල ප්‍රස්ථාර අඳින්න. අවතලතාව හඳුන්වා දෙන්න.

$(i)\ f(x) = 4x^4 - x^3 + 3$
$(ii).f(x) = x^5 - 5x$
$(iii).f(x) = -x^3 + 3x^2 + 1$
$(iv).f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 8$
$(v).f(x) = \dfrac{x^3}{3} - x^2 - 8x$

ස්පර්ශෝන්මුඛ, හැරුම් ලක්ෂ්‍යය හා නතිවර්තන ලක්ෂ්‍ය වල x අගයන් දක්වමින් පහත ශ්‍රිත වල ප්‍රස්ථාර අඳින්න. අවතලතාව හඳුන්වා දෙන්න.

(42) $y = x^3 + 3$

(43) $y = \dfrac{x^3}{3} - \dfrac{x^2}{2}$

(44) $y = x(x^2 - 2)$

(45) $y = x + \dfrac{1}{x}$

(46) $y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 13$

(47) $y = x^4 - 4x^3 + 27$

(48) $y = 3x^4 - 8x^3 - 30x^2 + 72x + 100$

(49) $y = (x-2)(x+1)^2$

(50) $y = 2x^3 + x^2 - 4x + 1$

(51) $y = 5 - x^3$

(52) $f(x) = \frac{6}{x^2+3}$ යැයි ගනිමු. $f(x)$ හි ව්‍යුත්පන්නය, $f'(x)$ යන්න $f'(x) = -\frac{12x}{(x^2+3)^2}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.
ස්පර්ශෝන්මුඛ,$y-$ අන්තඃඛණ්ඩය හා හැරුම් ලක්ෂ්‍ය දක්වමින්, $y = f(x)$ ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න. $f''(x) = \frac{36(x^2-1)}{(x^2+3)^3}$ **බව දී ඇත.** $y = f(x)$ ප්‍රස්තාරයේ නතිවර්තන ලක්ෂ්‍ය වල $x-$ඛණ්ඩාංක සොයන්න. අවතලතාව හඳුන්වා දෙන්න.

(53) $f(x) = \frac{x^2}{x^2+1}$ යැයි ගනිමු. $f(x)$ හි ව්‍යුත්පන්නය, $f'(x)$ යන්න $f'(x) = \frac{2x}{(x^2+1)^2}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.
ස්පර්ශෝන්මුඛ,$y-$ අන්තඃඛණ්ඩය හා හැරුම් ලක්ෂ්‍ය දක්වමින්, $y = f(x)$ ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න. $f''(x) = \frac{2-6x^2}{(x^2+1)^3}$ **බව දී ඇත.** $y = f(x)$ ප්‍රස්තාරයේ නතිවර්තන ලක්ෂ්‍ය වල $x-$ඛණ්ඩාංක සොයන්න. අවතලතාව හඳුන්වා දෙන්න.

(54) $x \neq 1$ සඳහා $f(x) = \frac{x}{x-1}$ යැයි ගනිමු . $x \neq 1$ සඳහා $f(x)$ හි ව්‍යුත්පන්නය $f'(x)$ යන්න , $f'(x) = \frac{-1}{(x-1)^2}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.
ස්පර්ශෝන්මුඛ,$y-$ අන්තඃඛණ්ඩය හා හැරුම් ලක්ෂ්‍ය දක්වමින්, $y = f(x)$ ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න. $f''(x) = \frac{2}{(x-1)^3}$ **බව දී ඇත.** $y = f(x)$ ප්‍රස්තාරයේ අවතලතාව හඳුන්වා දෙන්න.

උපරිම සහ අවම සම්බන්ධ ප්‍රායෝගික ගැටළු

(55) එක්තරා බීම වර්ගයක් අඩංගු කිරීමට සිලින්ඩරාකාර සංවෘත ඇසුරුමක් තැනීමට අවශ්‍යව ඇත. ඇසුරුමෙහි ධාරිතාව $16\pi\, cm^3$ විය යුතුයි. අවම අමුද්‍රව්‍ය ප්‍රමාණයක් වැය කරමින් ඇසුරුම තැනිය යුතු නම් එහි මාන ලබාගන්න.

(56) ධන සංඛ්‍යා දෙකක එකතුව 20කි එක් සංඛ්‍යාවක වර්ගය හා අනෙත් සංඛ්‍යාවේ ඝණයෙනහි ගුණිතය උපරිමයක් වීමට නම් එම සංඛ්‍යා දෙක කුමක් විය යුතුද

(57) ධන සංඛ්‍යා දෙකක එකතුව 16කි එක් සංඛ්‍යාවක ඝණයෙනහි හා අනෙත් සංඛ්‍යාවේ ගුණිතය උපරිමයක් වීමට නම් එම සංඛ්‍යා දෙක කුමක් විය යුතුද.

(58) 10 m දිග කම්බියක් කැලි දෙකකට කපා එක කැබැල්ලකින් සමචතුරස්‍රයක් ද අනෙක් කැබැල්ලෙන් සමපාද ත්‍රිකෝණයක් ද සෑදෙන පරිදි නමනු ලැබේ. සමචතුරස්‍රයේ හා ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලයේ එකතුව අවම වන පරිදි කම්බිය කැපිය යුත්තේ කවර දිග ප්‍රමාණ ලබන සේද ?

(59) R_1 හා R_2 යන ප්‍රතිරෝධ දෙකක් සමාන්තර ගතව සම්බන්ධ කර ඇත. මෙම පද්ධතියේ සමක ප්‍රතිරෝධය R නම් $\frac{1}{R}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}$ සහ $R_1+R_2=k$ ලෙසදී ඇත්නම් සම්ප්‍රයුක්ත ප්‍රතිරෝධය උපරිම වන විට $R_1=R_2$ බව පෙන්වන්න.

(60) a දිග සිහින් කම්බියක් වෘත්තයක කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක සම්පූර්ණ පරිමිතිය වන අයුරින් නමා තිබෙයි. කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලය උපරිමයක් නම් වෘත්තයේ අරයත් කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ කෝණයත් සොයන්න.

(61) වර්ගඵලය s වන සෘජුකෝණාස්‍රයක තිබිය හැකි උපරිම පරිමිතිය ද එවිට සෘජුකෝණාස්‍රයේ මාන ද සොයන්න.

(62) ඝනකයක පරිමාව $252cm^3$ වේ. ඝනකයේ පතුළ සෑදිමට වර්ග සෙන්ටිමීටරයට රුපියල් 5 ක් ද උඩු පියන සෑදිමට වර්ග සෙන්ටිමීටරයට රුපියල් 2 ක් ද පැති සෑදිමට වර්ග සෙන්ටිමීටරයට රුපියල් 3 ක් ද වැය වේ. වියදම අවම වන සේ ඉඩමේ මාන සොයන්න.

(63) වර්ගඵලය $10000m^2$ වු සෘජුකෝණාස්‍ර ඉඩමක වටේට කම්බි ගැසීමට උතුරු දකුණු දිශාවට ඇති පැති සඳහා මීටරයට රු.1.50 ක් ද , බටහිර නැගෙනහිර දිශාවට ඇති පැති සඳහා මීටරයට රු.6.00 ක් ද වැය වේ. වියදම අවම වන සේ ඉඩමේ මාන සොයන්න.

(64) දී තිබෙන අරයන් ඇති ගෝලයක් තුළ සෘජු වෘත්ත කේතුවක් අන්තර්ගත කර තිබේග කේතුවේ පරිමාව උපරිමයක් නම් එය ගෝලයේ පරිමාවෙන් $\frac{8}{27}$ බව පෙන්වන්න.

(65) ඝණ සෘජු වෘත්ත කේතුවකින් කේතුවේ අක්ෂය හා සමපාත වන අක්ෂයක් ඇති සෘජු වෘත්ත සිලින්ඩරයක් කපනු ලැබෙයි. සිලින්ඩරයේ පරිමාවට කේතුවේ පරිමාවෙන් $\frac{4}{9}$ ඉක්මවිය නොහැකි බව පෙන්වන්න.

(66) දී ඇති වෘත්තයක් තුල සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයක් අන්තර්ගත කරනු ලැබේ. ත්‍රිකෝණයේ පරිමිතිය උපරිම වන්නේ එය සමපාද වන විට බව පෙන්වන්න. ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය වැඩි වන්නේද එය සමපාද වන විට බව පෙන්වන්න.

(67) ගුවන් යානයක් akm උසක $500kmh^{-1}$ වේගයෙන් ගමන් කරන විට ඒ සඳහා පිරිවැය වශයෙන් පැයට රුපියල් C මුදලක් අවශ්‍ය වේ. $C=2500+\frac{h}{90}+\frac{(90)10^4}{h}$ යනුවෙන් දැක්වේ. පිරිවැය අවමයක් කර ගැනිමට ගුවන් යානය කොපමණ උසෙක පියාසර කළ යුතුද, මෙවිට අවම පිරිවැය කොපමණ වේ ද?

(68) එක්තරා විදුලි උපකරණයක් රුපියල් 300 බැගින් විකුණන විට මාසයකට එවැනි උපකරණ 100 ක් සාප්පුවකින් විකිනේ. මිල අඩු කරන්නා වු සෑම රුපියල් 10 කට ම වැඩිපුර උපකරණ 5 ක් මාසයකට විකිණෙන බව සොයා ගෙන ඇත. මසකට ඒවායේ විකුණුම් මිල කොපමණ විය යුතුද? එම මිලට විකිණෙන උපකරණ සංඛ්‍යාව කොපමණ ?

(69) සංවෘත සිලින්ඩරයක උස h හා අරය r වේ. එහි පරිමාව $0.01m^3$ වේ සිලින්ඩරයේ පෘෂ්ඨයේ වර්ගඵලය S නම් $S=\frac{100\pi r^3+1}{50r}$ බව පෙන්වන්න. S අවම වීමට r හි අගය සොයන්න.

(70) ත්‍රිකෝණයෙක පරිමිතිය $16m$ කි. එක් පාදයක දිග $6m$ කි. මෙම ත්‍රිකෝණයෙහි වර්ගඵලය උපරිම විමට නම් එහි ඉතිරි පාද දෙකේ දිග කොපමණ විය යුතුද?

(71) A යනු x අක්ෂයෙහි ධන දිශාව මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක් වන අතර B යනු y අක්ෂයෙහි ධන දිශාව මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයෙහි AB රේඛාව $(2,2)$ ලක්ෂයය හරහා යයි. රේඛා ඛණ්ඩයට තිබිය හැකි අවම දිග සොයන්න.

(72) අරය $2m$ සහිත ගෝලයෙක අන්තර්ගත කල හැකි උපරිම පරිමාව සහිත ඍජු වෘත්තාකාර සිලින්ඩරයේ උසත් එම උපරිම පරිමාවත් සොයන්න

(73) ජනේලයක් සාදා ඇත්තේ ඍජුකෝණාස්‍ර කොටසක් උඩ තබන ලද අර්ධ වෘත්තාකාර කොටස් සහිත කොටස් දෙකකිනි. එහි පරිමිතිය නියත වේ. අර්ධ වෘත්තාකාර කොටසට වර්ණ වීදුරු කොටසක් යොදා ඇති අතර අනෙක් කොටසට අවර්ණ වීදුරු යොදා ඇත. වර්ණ විදුරු කොටසින් ලැබෙන ආලෝකය මෙන් දෙගුණයක ආලෝක ප්‍රමාණයක් අවර්ණ කොටසින් ලැබේ. ජනේලය තුලින් උපරිම ආලෝකයක් ලැබෙන පරිදි වූ ජනේලයේ මාන අතර අනුපාතය සොයන්න.

(74) වෘත්තාකර ටැංකියක A කෙළවරේ සිට B කෙළවර දක්වා යැමට උත්සහ කරන ළමයෙක් A හරහා යන ජ්‍යායක් දිගේ පිහිනා ඉතිරි කොටස වෘත්තයේ පරිදිය දිගේ B වෙතට දුවයි. වෘත්තයේ අරය r වේ. දිවීමේ ඒකාකාර වේගය පිහිනීමේ ඒකාකාර වේගය මෙන් $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ගුණයක් වෙයි. මුළු ගමනට උපරිම කාලයක් වැය විය යුතු නම් යා යුතු ජ්‍යාය AB විශ්කම්භය සමඟ සාදන කෝණය සොයන්න. එවිට ගමන් කරන මුළු දුර $\frac{(3+2\pi)r}{3}$ බව පෙන්වන්න.

(75) a අරය සහිත වෘත්තයක් තුල 2θ සිරස් කෝණය ඇති සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයක් අන්තර් ගත කර ඇත. ත්‍රිකෝණයේ පරිමිතිය $2a(\sin 2\theta + 2\cos\theta)$ බව පෙන්වන්න. ඒ නයින් පරිමිතිය උපරිමයක් වන θ හි අගය සොයන්න.

(76) ත්‍රිකෝණයක පරිමිතිය 16කි. එක් පාදයක දිග මීටර 6කි. ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය උපරිම වීමට නම් ඉතිරි පාද දෙකේ දිග කොපමණ වේද?

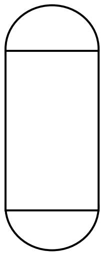
(77) නියත V පරිමාවක් සහිත ඍජු කෝණාස්‍රාකාර පෙට්ටියක දිග පළල මෙන් දෙගුණයකි. එහි මුදුන හා පැති හතර සාදා ඇති ද්‍රව්‍යයේ වර්ග මීටරයක මිල එහි පතුල සාදා ඇති ද්‍රව්‍යයේ වර්ග මීටරයක මිල මෙන් තුන් ගුණයකි. අඩුම වියදමකින් පෙට්ටිය සෑදීමට නම් දිග පළල හා උස සොයන්න.

(78) වෘත්තයක් වටා පරිගත කළ හැකි අවම වර්ගඵලය සහිත රොම්බසය සමචතුරස්‍රයක් බව ඔප්පු කරන්න. වෘත්තයේ අරය a නම් මෙම සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය $4a^2$ බව පෙන්වන්න.

(79) එක්තරා පටියක් මගින් යන්ත්‍රයකට සැපයෙන ජවය (අදාල ඒකක වලින්) P නම් P වල අගය පටියේ රේඛීය ප්‍රවේගය වන v හි ශ්‍රිතයක් වශයෙන් $P = V\left(100 - \frac{3v^2}{16}\right)$ යන සූත්‍රයෙන් දැක්වේ P හි අගය උපරිම වන්නේ V වල කිනම් අගයකදීද P වල උපරිම අගය කොපමනද ?

(80) ගඟකට එක් පැත්තකින් A සහ නම් නගර දෙකකට ගගේ කිට්ටුම ඍජු ඉවුරේ සිට පිළිවෙළින් $4km$ හා $8km$ වේ. ගං ඉවුර මත A නගරයට ආසන්නම ලක්‍ෂය C ද B නගරයට ආසන්නම ලක්‍ෂ්‍ය D ද වේ. CD දුර $9km$ වේ. ගං ඉවුර මත C හා D අතර ජලය බෙදා හැරීමේ මධ්‍යස්ථානයක් පිහිටුවා එතැන් සිට නගරවලට ජලය ලබා ගැනීම සඳහා ජල නල දැමිය යුතු වේ. අවශ්‍ය වන ජල නලවල දිග අවම වීම සඳහා ජල නල දැමිය යුතු වේ. අවශ්‍ය වන ජල නලවල දිග අවම වීම සඳහා ජලය බෙදා හැරීමේ මධ්‍යස්ථානය පිහිටුවිය යුතු ස්ථානය සොයන්න.

(81) රූපයේ දැක්වෙන්නේ ආහරන සුරකුම් පෙට්ටියක අනුරුවකි. සිලින්ඩරාකාර කොටසේ උස h වන අතර දෙකෙලවරට සම්බන්ධ කරන ලද කුහර අර්ධගෝලවල අරය r වේ. පෙට්ටියේ පරිමාව V සහ පෘෂ්ට වර්ගඵලය S සඳහා ප්‍රකාශන h හා r ඇසුරින් ලබාගන්න. $V = 36\pi$ නම් $S = \frac{72\pi}{r} + \frac{4\pi r^2}{3}$ බව පෙන්වන්න. S හි අවම අගය 36π බව පෙන්වන්න.



(82) ඒකාකාර තුනී ලෝහ තහඩුවකින් තැනූ කුහර භාජනයක් එක් කෙලවරක් වැසූ ඍජු වෘත්ත සිලින්ඩරයකින්ද එය මතවූ සිලින්ඩරයේ අරයට සමාන අරයක් ඇති අර්ධගෝලීය පියනකින්ද සමන්විතවේ. ලෝහයේ Am^2 ක ප්‍රමාණයක් භාවිත කෙරෙනු ලබයි නම් භාජනයට උපරිම පරිමාවක් ඇති විට සිලින්ඩරයේ උස අරයට සමාන බවද ආධාරකයේ වර්ගඵලය $\frac{A}{5}m^2$ බවද පෙන්වන්න.

අසමානතා සත්‍යාපනය කිරීමට අවකලන සිද්ධාන්ත භාවිතය

(83) $x > 0$ විට $xe^x + 1 > e^x$ බව පෙන්වන්න.

(84) $x > 0$ විට $x - \frac{x^2}{2} < ln(1+x) < x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3}$ බව පෙන්වන්න

(85) $0 < x < \frac{\pi}{2}$ සඳහා $x > sin\,x > x - \frac{x^3}{6}$ බව පෙන්වන්න.

(86) $x > 1$ සඳහා $2\sqrt{x} > 3 - \frac{1}{x}$ බව පෙන්වන්න.

(87) $x > 0$ විට $x - \frac{x^3}{3} < tan^{-1}x < x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5}$ බව පෙන්වන්න.

(88) $x > 0$ විට $\frac{x}{1+x} < ln(1+x) < x$ බව පෙන්වන්න.

(89) $0 < x < \frac{\pi}{2}$ විට $sin\,x < x < tan\,x$ බව පෙන්වන්න.

සීඝ්‍රතා සම්බන්ධ ගැටළු

(90) $5m$ දිග ඉනිමගක ඉහළ කෙළවර සිරස් බිත්තියක් දිගේ පහළට $1ms^{-1}$ සීඝ්‍රතාවයෙන් එයි. ඉනිමගේ පහළ කෙළවර බිත්තියේ පාමුලේ සිට $2m$ දුරින් ඇති විට , ඉනිමගේ පහළ කෙළවර තිරස් බිම දිගේ ලිස්සා යන වේගය සොයන්න.

(91) $2cm^3s^{-1}$ සීඝ්‍රතාවයෙන් බැලූනයකට වාතය පුරවයි. ගෝලාකාර බැලූනයේ අරය $2cm$ වන විට එහි විශ්කම්භය වෙනස් වීමේ සීඝ්‍රතාවය සොයන්න.

(92) ප්‍රසාරණය වන වෘත්තයක වර්ගඵලය වෙනස්වීමේ සීඝ්‍රතාව, සංඛ්‍යාත්මකව එහි අරය වෙනස්වීමේ සීඝ්‍රතාව මෙන් දෙගුණයක් වන මොහොතක අරය කොපමණ ද

(93) ත්‍රිකෝණයක පාද දෙකක දිග $15cm$ හා $20cm$ වේ. දී ඇති පාද දෙකෙන් අන්තර් ගත වන කෝණය තත්පරයට 2^0 ක සීඝ්‍රතාවයෙන් වැඩිවේ. එම කෝණය 60^0 වන විට තුන්වැනි පාදයේ දිග වැඩි වීමේ සීඝ්‍රතාවය සොයන්න.

(94) ගෝලාකාර බැලූනයකට වාතය පිරීම නිසා එහි පරිමාව වැඩිවීමේ සීඝ්‍රතාවය $150cm^3s^{-1}$ වෙයි. තත් t කාලයේදී අරය rcm වේ.

(i) $r = 50cm$ විට $\frac{dr}{dt}$ සොයන්න.

(ii) බැලූමේ වර්ගඵලය වැඩි වීමේ සීඝ්‍රතාවය, අරය $r = 50cm$ විට සොයන්න.

(95) සිලින්ඩරයක් ප්‍රසාරණයකට භාජනය වේ. t කාලයේදී සිලින්ඩරයේ උස $20xcm$ ද හරස්කඩ වර්ගඵලය xcm^2 ද වෙයි. $x = 5$ විට හරස්කඩ වර්ග ඵලය වැඩි වීමේ සීඝ්‍රතාවය $0.025cm^2s^{-1}$ වේ. සිලින්ඩරයේ උස වැඩි වීමේ සීඝ්‍රතාවය , සිලින්ඩරයේ පරිමාව වැඩි වීමේ සීඝ්‍රතාවය, සිලින්ඩරයේ අරය වැඩි වීමේ සීඝ්‍රතාවය සොයන්න.

(96) වතුර ටැංකියක් අරය මීටර් 6 ක් ද උස මීටර් 5කින්ද වූ ඍජු වෘත්තාකාර කේතුවක ආකාරය ගනී. එහි අක්ෂය සිරස්වද ශීර්ෂය යටි අතට පිහිටන පරිදි ටැංකිය සවිකර ඇත. කාලය $t = 0$ දී $36m^3h^{-1}$ නියත සීග්‍රතාවයකින් හිස් ටැංකියට ජලය පිරෙන්නට පටන් ගනී. ටැංකිය තුල ජලයේ ගැඹුර $3m$ විට ජල පෘෂ්ඨය නගින සීග්‍රතාවය සොයන්න.

රවින්ද්‍ර බණ්ඩාර කලනය ග්‍රන්ථයේ ගැටළු

(97) (4,3) ලක්‍ෂය හරහා යන විචල්‍ය රේඛාවකින් හා $x=0, y=0$ රේඛා වලින් පළමු වෘත්ත පාදකය තුළ සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයක් මායිම්වේ. ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය අවම වන විට සරල රේඛාවේ සමීකරණය ලබාගන්න.

(98) සෘජුකෝණාස්‍ර තහඩුවක පරිමිතිය 8cm වේ. මෙම තහඩුව එක් පාදයක් වටා භ්‍රමණය කිරීමෙන් ලබාගත හැකි සිලින්ඩරයේ උපරිම පරිමාවක් ඒ සඳහා සෘජුකෝණාස්‍රයේ මානක් ලබාගන්න.

(99) (2,4) ලක්‍ෂය හරහා ඇඳි රේඛාවක් A හා B හි දී x අක්‍ෂයත් y අක්‍ෂයත් හමුවේ. AB දිග අවමයක් වන පරිදි A හා B හි අගයන් ලබාගන්න.

(100) වෘත්තයක් වටා සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයක් පරිගත වී තිබෙයි. ත්‍රිකෝණයේ පරිමිතිය අවම වන්නේ ත්‍රිකෝණය සමපාද වූ විට බව පෙන්වන්න. තව දුරටත් ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය අවම වන්නේද ත්‍රිකෝණය සමපාද වූ විට බව පෙන්වන්න.

(101) ඕනෑම ධන සංඛ්‍යාවකත් එහි පරස්පරයේත් ඓක්‍යය 2 ට කුඩා නොවන බව පෙන්වන්න.

(102) අරය r වන වෘත්තයක් තුළ අන්තර්ගත කළ හැකි උපරිම වර්ගඵලය සහිත සෘජුකෝණාස්‍රයේ වර්ගඵලය $2r^2$ බව පෙන්වන්න.

අවකලනයේ භාවිත ආදර්ශ ප්‍රශ්න පත්‍රයේ ගැටළු

(103) ධාරිතාවය $24\pi cm^3$ වූද මුදුන විවෘතව ඇත්තා වූ ද, වෘත්තාකාර සිලින්ඩරාකාර භාජනයක් තැනීමට අවශ්‍යව ඇත පතුල සඳහා භාවිතා කරන ලද අමු ද්‍රව්‍යවල වර්ගසෙන්ටිමීටරයකට, වක්‍ර කොටසේ වර්ගසෙන්ටිමීටරයක් සඳහා ගිය වියදම මෙන් තුන් ගුණයක් වැය විය. අමුද්‍රව්‍ය අපතේ නොගියේ නම් වියදම අවම වන සේ තිබිය යුතු මාන සොයන්න. *M/P 2000 –*

(104) $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ යයි ගනිමු. මෙහි a,b,c හා d නියතවේ. $A\{(x+B)^2+C\}$ ආකාරයෙන් $f^1(x)$ සොයන්න මෙහි A,B හා C නිර්ණය කළ යුතු නියතවේ. ඒ නයින් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ

(i) $|x|>1$ සඳහා $f^1(x)>0$

(ii) $|x|<1$ සඳහා $f^1(x)<0$

(iii) $f(1)=-1$

(iv) $f(-1)=2$

නම් a,b,c හා d සොයන්න. f හි ප්‍රස්ථාරය අඳින්න. *M/P 2000*

(105) (i) $f(x)=ln(1+x)-x+\dfrac{x^2}{2(1+x)}$ ශ්‍රිතයේ ව්‍යුත්පන්නයේ ලකුණ සැලකීමෙන් $x>0$ සඳහා

$x-\dfrac{x^2}{2(1+x)}>ln(1+x)$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $x>0$ සඳහා $ln(1+x)>x-\dfrac{x^2}{2}$ බව පෙන්වන්න. *M/P 2000*

(106) $f(x)=2x^3+3x^2-12x+5$ ශ්‍රිතයේ හැරුම් ලක්‍ෂ්‍ය සොයන්න. ඒ නයින් $f(x)$ ශ්‍රිතය වැඩි වන x හි පරාසය නිර්ණය කරන්න.

A/L-2011–NS-MP-PartA

(107) $x=5t^2$ හා $y=3t+1$ පරාමිතික සමීකරණ මගින් දෙනු ලබන වක්‍රයට $(5,-2)$ ලක්‍ෂ්‍යයේදී අඳින ලද ස්පර්ශකයේ හා අභිලම්බයේ සමීකරණ සොයන්න. *A/L-2011–NS-MP-PartA*

(108) අරය a වූ වෘත්තයක පාදකයක් තුළ සෘජුකෝණාස්‍රයක් අන්තර්ගත කර ඇත්තේ සෘජුකෝණාස්‍රයේ පාද දෙකක් වෘත්ත පාදකයේ මායිම් අරයයන් දිගේද, සෘජුකෝනාස්‍රයේ එක් ශීර්ෂයක් වෘත්තයේ චාපය මත ද පිහිටන ආකාරයටය. සෘජුකෝණාස්‍රයේ උපරිම වර්ගඵලය සොයන්න.

A/L-2011–NS-MP-PartB

අවකලනයේ භාවිත පසුගිය විභාග ගැටළු

(109) A,B හා C නගර තුනක් $A\hat{B}C = \frac{\pi}{2}$, $AB=15km$ හා $BC=50km$ වන අයුරින් AB හා BC ඍජු මාර්ග දෙකකින් සම්බන්ධ කර ඇත. A නගරය , BC මාර්ගයේ D නම් ස්ථානයකට සම්බන්ධ කරමින් තවත් ඍජු මාර්ගයක් තැනීමට යෝජිත ව්‍යාපෘතියක් ඇත. මොටර් රථයක් සඳහා DC කොටස මත $50kmh^{-1}$ ක හා AD යෝජිත මාර්ගය මත $40kmh^{-1}$ ක උපරිම වේගයන්ට අවසර ඇත. A නගරයේ සිට xkm දුරින් D පිහිටා ඇත්නම් අවසර ඇති උපරිම වේගයන්ගෙන් මෝටර් රථය ගමන් කරනු ලබන්නේ යයි උපකල්පනය කරමින් , D හරහා A සිට C තෙක් මෝටර් රථයක් ගමන් කිරීමට ගන්නා ලද සම්පූර්ණ කාලය $T(x)$ පැය වලින් සොයන්න. 0 සිට $50km$ තෙක් x වැඩි වන විට $\frac{dT}{dx}$ හි ලකුණ පරීක්ෂා කරන්න. A සිට C තෙක් කෙටිම කාලයකින් ගමන සම්පූර්ණ කිරීමට මෝටර් රථයකට හැකි වන අයුරින් D සඳහා වඩා සුදුසුම ස්ථානය සොයන්න.

A/L-2000

(110) A,B,C නගර තුන පිහිටා ඇත්තේ A *සිට* B දක්වා හා A *සිට* C දක්වා වූ දුරවල් සමාන වන සේ ඇති සමද්වීපාද ත්‍රිකෝණයක ශීර්ෂවලය. B *සිට* C දක්වා වූ දුර $12km$ හා A ඔස්සේ වූ උච්චය $16km$ වේ. අවම නල ප්‍රමාණයක් උපයෝගි කර ගනිමින් AB *හා* C නගර තුනටම නල ජලය සැපයීමට A ඔස්සේ වූ උච්චය මත A සිට කොපමණ දුරකින් ළිඳක් පිහිටිය යුතුද ? *A/L-2001*

(111) ඝන ගෝලයකින් ගෝලයේ කේන්ද්‍රය හරහා යන්නා වූ අක්ෂයක් සහිත ඍජු වෘත්තාකාර සිලින්ඩරයක් කපනු ලැබේ. සිලින්ඩරයේ පරිමාව ගෝලයේ පරිමාව මෙන් $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ට වඩා වැඩිවිය නොහැකි බව සාධනය කරන්න. *A/L-2002*

(112) $y = \frac{2x}{1+x^2}$ යයි දී ඇත්නම් $\frac{dy}{dx} = 0$ වනසේ වූ x හි අගයයන් සොයන්න. y හි එම ස්ථාවර අගයන්ගේ ස්වභාවය ප්‍රථම ව්‍යුත්පන්නයේ හැසිරීම පමණක් සලකා බැලීමෙන් පරීක්ෂා කර $y = \frac{2x}{1+x^2}$ වක්‍රයේ දළ සටහනක් අඳින්න. *A/L-2003*

(113) ඍජුකෝණාස්‍රාකාර පෝස්ටරයක් එහි වමෙන් හා දකුනෙන් එක එකක් $6cm$ පළල තීර වලින්ද උඩින් හා යටින් එක එකක් $8cm$ පළල තීර වලින්ද වටවූ වර්ගඵලය $972cm^2$ ක ඍජුකෝණාස්‍රාකාර මුද්‍රිත පෙදෙසක් ප්‍රදර්ශනය වන අයුරින් තැනිය යුතුවේ. අඩුතම වර්ගඵලය සහිත පෝස්ටරයේ මාන සොයන්න. *A/L-2004*

(114) සමචතුරස්‍ර පතුලක් සහිත එහෙත් පියනක් රහිත ධාරිතාව $256cm^3$ කින් යුත් ඍජුකෝණාස්‍ර පෙට්ටියක් සෑදිය යුතුව ඇත. පතුල සඳහා අවශ්‍ය ද්‍රව්‍යවල වර්ගසෙන්ටිමීටරයකට මෙන් 8 ගුණයක් ඍජුකෝණාස්‍ර පැති සඳහා අවශ්‍ය ද්‍රව්‍යවල වර්ගසෙන්ටිමීටරයකට වැය වේ නම්, වඩාත් ම ලාභදායි පෙට්ටියේ මාන සොයන්න. *A/L-2005*

(115) සංවෘත ඍජු වෘත්තාකාර සිලින්ඩරයක්, එහි පරිමාව $1024\pi cm^3$ වන පරිදි සෑදිය යුතුව ඇත. එහි මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය අවමයක් කරනු ලබන සිලින්ඩරයේ අරය සොයන්න. *A/L-2006*

(116) $P(at^2, at^3)$ ලක්ෂ්‍යයේ දී $ay^2 = x^3$ වක්‍රයට ඇඳි ස්පර්ශකය Q හිදී නැවතත් වක්‍රයට හමුවේ, මෙහි a යනු නියතයකි. t ඇසුරෙන් Q හි ඛණ්ඩාංක සොයන්න. *A/L-2007*

(117) C යනු $x = \frac{a}{2}\left(t + \frac{1}{t}\right)$ සහ $y = a\left(t - \frac{1}{t}\right)$ මගින් පරාමිතිකව දෙනු ලබන වක්‍රය යැයි ගනිමු. මෙහි a යනු නිශ්ශුන්‍ය නියතයක්ද, t යනු නිශ්ශුන්‍ය පරාමිතියක්ද වෙයි. C වක්‍රයට t_o පරාමිතික අගය ඇති ලක්ෂයේදී වූ අභිලම්භයෙහි සමීකරණය සොයන්න. $(-13a, 0)$ ලක්ෂ්‍යයේ සිට C වක්‍රයට අභිලම්බ 4ක් ඇඳිය හැකි බව පෙන්වා, අභිලම්බ 4හි අඩි වල පරාමිතික අගයන් සොයන්න.

A/L-2008

(118) $P\left(3, \frac{1}{5}\right)$ ලක්ෂ්‍යයෙහි දී $y(1+x^2) = 2$ වක්‍රයට ඇඳි ස්පර්ශකය, Q හි දී නැවතත් වක්‍රය හමුවෙයි. Q හි ඛණ්ඩාංක සොයන්න. *A/L-2009*

(119) දෙන ලද l දිගින් යුත් කම්බියක් කොටස් දෙකකට කපා ඇත. එක් කොටසක් වෘත්තයක හැඩයට නවා ඇති අතර අනෙක් කොටස සමචතුරස්‍රයක හැඩයට නවා ඇත. වෘත්තයේ හා සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලවල ඓක්‍යය වන $A(x)$ යන්න $A(x) = \frac{x^2}{4\pi} + \frac{(1-x)^2}{16}$ වර්ග ඒකක, මගින් දෙනු ලබ බව පෙන්වන්න. මෙහි

$x,(0 \le x \le l)$ යනු වෘත්තයේ හැඩයට නවා ඇති කම්බි කොටසේ දිග වේ. **ඒ නයින්** සමචතුරස්‍රයේ පාදයක්, වෘත්තයේ විෂ්කම්භයට සමාන වන විට, $A(x)$ වර්ගඵලය අවම වන බව පෙන්වන්න.

A/L-2010

(120) *(a)* $x \in \Re$ සඳහා $f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx$ යැයි ගනිමු. මෙහි a හා b යනු තාත්වික නියත වේ. $f'(3) = 12$ හා $f''(3) = 18$ යැයි සිතමු. f' හා f'' ට සුපුරුදු තේරුම් තිබේ. a හා b හි අගයන් සොයන්න. a හා b හි මෙම අගයන් සඳහා $y = f(x)$ හි දළ සටහනක් හැරවුම් ලක්ෂ්‍ය දක්වමින් අඳින්න. එනයින් $2x^2 + ax + b = \frac{3}{x}$ සමීකරණයේ විසඳුම් ගණන සොයන්න.

(b) සමචතුරස්‍රාකාර පතුලක් සහිත සංවෘත සෘජුකෝණාස්‍රාකාර පෙට්ටියක් තුනී කාඩ්බෝඩ්වලින් සාදා ඇත. පෙට්ටියේ පරිමාව $8192cm^3$ වෙයි. සමචතුරස්‍රාකාර පතුලෙහි පැත්තක දිග $4xcm$ යැයි ගනිමු. අරය xcm වන වෘත්තාකාර සිදුරක් ඉහළ සමචතුරස්‍රාකාර මුහුණතෙන් කපා ඉවත් කර ඇත. සිදුර සහිත පෙට්ටියේ පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය වන Acm^2 යන්න, $A = (32-\pi)x^2 + \frac{8192}{x}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. එනයින් $x = \frac{16}{\sqrt[3]{32-\pi}}$ වන විට A අවම වන බව පෙන්වන්න.

A/L-2011–PartB

(121) PR දිග නියතද PQR කෝණය සෘජුකෝණයක්ද වන පරිදි P, Q හා R ප්‍රභින්න ලක්ෂ්‍ය තුනක් තලයක චිචලනය වේ. $PQ^3 + QR^3$ අවම වන්නේ $PR = \sqrt{2}PQ$ වන විට බව පෙන්වන්න.

A/L-2011–OS-

(122) වක්‍රයක් $x = 3t, y = \frac{3}{t}$ මගින් දෙනු ලැබේ. මෙහි t යනු නිශ්ශූන්‍ය පරාමිතියකි. වක්‍රයට $\left(3t, \frac{3}{t}\right)$ ලක්ෂ්‍යයේදී ඇඳි ස්පර්ශකයේ සමීකරණය $x + t^2 y = 6t$ බව පෙන්වන්න. t චලනය වන විට ඛණ්ඩාංක අක්ෂ සහ මෙම ස්පර්ශකය මගින් සපර්යන්ත ත්‍රිකෝණාකාර පෙදෙසෙහි වර්ගඵලය නියතයක් බව **අපෝහනය** කරන්න.

A/L-2011–PartA

(123) *(a)* **පළමු ව්‍යුත්පන්නය පමණක්** සලකමින් $\frac{x^3}{x^4 + 27}$ හි අවම හා උපරිම අගයන් සොයන්න.

$y = \frac{x^3}{x^4 + 27}$ හි ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න

ඒ නයින් k හි කවර අගයන් සඳහා $kx^4 - x^3 + 27k = 0$ සමීකරණයට

(i) තාත්වික සමපාත මූල දෙකක් තිබේ දැයි

(ii) තාත්ත්වික සමපාත මූල තුනක් තිබේ දැයි

(iii) තාත්ත්වික ප්‍රභින්න මූල දෙකක් තිබේ දැයි

(iv) තාත්ත්වික මූල නොතිබේ දැයි

සොයන්න, මෙහි k තාත්ත්වික වෙයි.

(b) $AB = a$ හා $BC = b(< a)$ සහිත $ABCD$ සෘජුකෝණාස්‍රයක් සලකමු. P යනු CD මත චිචලනය විය හැකි ලක්ෂ්‍යයක් යැයි ගනිමු. $AP + PB$ හි දිග $L(x)$ වෙයි. මෙහි $DP = x$ වෙයි. $L(x) = \sqrt{x^2 + b^2} + \sqrt{(a-x)^2 + b^2}$ බව පෙන්වන්න

$L(x)$ හි අවම දිග හා මෙම අවම දිගට අනුරූප P හි පිහිටුම CD මත සොයන්න $L(x)$ හි උපරිම දිග ද සොයන්න,

A/L-2012–PartB

(124) C නම් වක්‍රයක් $y = 4 - 4x + 3x^2 - x^3$ සමීකරණය මගින් දෙනු ලැබෙයි. C වක්‍රයට $(1,2)$ ලක්ෂ්‍යයේ දී අඳින ලද ස්පර්ශකයේ සමීකරණය සොයන්න. මෙම ස්පර්ශකය $(1,2)$ ලක්ෂ්‍යයේ දී $y^2 = 4x$ වක්‍රයට

අඳින ලද ස්පර්ශකයට ලම්බ බව පෙන්වන්න.

A/L-2012–PartA

(125) $x = 2\cos\theta, y = \sin\theta$ මගින් දෙනු ලබන වක්‍රය C යැයි ගනිමු. මෙහි θ යනු පරාමිතියකි. C වක්‍රයට $\theta = \frac{\pi}{4}$ ට අනුරූප ලක්ෂයෙහි දි වූ අභිලම්භයට , C වක්‍රය නැවත $\theta = \alpha$ ට අනුරූප ලක්ෂයෙහි දි හමුවේ. $2\sin\alpha - 8\cos\alpha + 3\sqrt{2} = 0$ බව පෙන්වන්න.

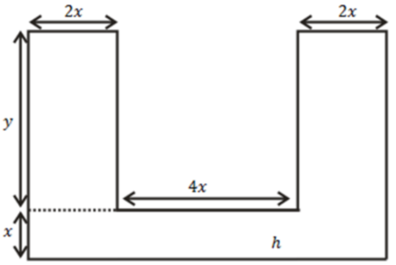
A/L-2013–PartA

(126)*a)* $x \neq 1$ සඳහා $f(x) = \frac{x^2}{x^3 - 1}$ යැයි ගනිමු . $x \neq 1$ සඳහා

$f'(x) = -\frac{x(x^3 + 2)}{(x^3 - 1)^2}$ බව පෙන්වා , $y = f(x)$ ප්‍රස්ථාරයට $(0,0)$ හා $\left(-2^{1/3}, -\frac{4^{1/3}}{3}\right)$ හි දී හැරුම් ලක්ෂ්‍ය පවතින බව **අපෝහනය** කරන්න .

හැරුම් ලක්ෂ්‍ය හා ස්පර්ශෝන්මුඛ දක්වමින් , $y = f(x)$ ප්‍රස්ථාරයෙහි දළ සටහනක් අඳින්න.

b) මායිම සෘජුකෝණික ලෙස හමු වන සරල රේඛා ඛණ් අටකින් සමන්විත ගෙවත්තක් රූපසටහනෙහි දැක්වේ ගෙවත්තේ මාන මීටර වලින් එහි දක්වා ඇත . ගෙවත් වර්ගඵලය , $800m^2$ බව දී ඇත. , x ඇසුරෙන් , y ප්‍රකා කර, මීටරවලින් මනින ලද ගෙවත්තේ පරිමිතිය , P යන් ,



$P = \frac{800}{x} + 10x$ මඟින් දෙනු ලබන බව ද , පරිමිතිය සඳ වන මෙම සූත්‍රය වලංගු වන්නේ , $0 < x < 10$ සඳහා පමණක් වන බව ද පෙන්වන්න. **ඒ නයින්** , ගෙවත්තේ පරිමිතියෙහි අවම අගය සොයන්න.

A/L-2013–PartB

(127) $x = e^t + e^{-t}, y = e^t - e^{-t}$ මගින් දෙනු ලබන වක්‍රය C යි ගමු. මෙහි t යනු තාත්වික පරාමිතියකි. t ඇසුරින් $\frac{dy}{dx}$ සොයා $t = \ln 2$ අනුරූප ව C මත වූ ලක්ෂ්‍යයෙහි දී ස්පර්ෂ රේඛාවේ සමීකරණය $5x - 3y - 8 = 0$ බව පෙන්වන්න.

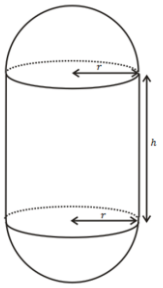
A/L-2014–PartA

(128)*(a)* $x \neq -1$ සඳහා $f(x) = \frac{8x}{(x+1)(x^2+3)}$ යැයි ගනිමු. $x \neq -1$ සඳහා

$f'(x) = \frac{8(1-x)(2x^2 + 3x + 3)}{(x+1)^2(x^2+3)^2}$ බව පෙන්වන්න. හැරුම් ලක්ෂ්‍යය හා ස්පර්ශෝන්මුඛ දක්වමින් $y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න. $y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරය භාවිතයෙන් $(x+1)(x^2+3) = 16x$ සමීකරණයේ විසඳුම් ගණන සොයන්න.

(b) අරය මීටර r වූ කුහර අර්ධ ගෝල දෙකක් එම අරය ම සහිත උස මීටර h වූ සෘජු වෘත්ත කුහර සිලින්ඩරයකට රූපයේ දැක්වෙන පරිදි දෘඪ ලෙස සම්බන්ධ කිරීමෙන් කුහර සංයුක්ත වස්තුවක් සෑදිය යුතු වේ. සංයුක්ත වස්තුවේ මුළු පරිමාව $36\pi m^3$ වේ. $h = \frac{108 - 4r^3}{3r^2}$ බව පෙන්වන්න. ද්‍රව්‍ය සඳහා යන වියදම සිලින්ඩරාකාර පෘෂ්ඨය සඳහා වර්ග මීටරයකට රුපියල් 300 ක් ද අර්ධ ගෝලීය පෘෂ්ඨ සඳහා වර්ග මීටරයකට රුපියල් 1000 ක් ද වේ.

මෙම සංයුක්ත වස්තුව සෑදීමට අවශ්‍ය ද්‍රව්‍ය සඳහා යන මුළු වියදම රුපියල් C යන්න $0<r<3$ සඳහා $C=800\pi\left(4r^2+\frac{27}{r}\right)$ මඟින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. C අවම වන පරිදි r හි අගය සොයන්න.

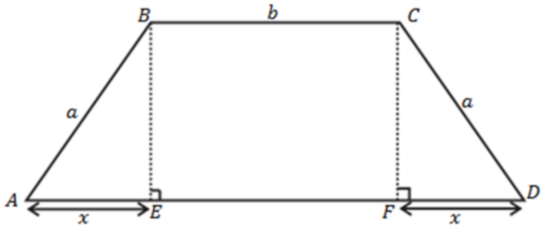


A/L-2014–PartB

(129)(b) $x\neq 1$ සඳහා $f(x)=\frac{2x^2+1}{(x-1)^2}$ යැයි ගනිමු.

$f(x)$ හි පළමු ව්‍යුත්පන්නය හා හැරුම් ලක්ෂ්‍යය සොයන්න. හැරුම් ලක්ෂ්‍යය හා ස්පර්ශෝන්මුඛ දක්වමින්, $y=f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

(c) දී ඇති රූපයෙහි, $ABCD$ යනු BC හා AD සමාන්තර පාද සහිත ත්‍රපීසියමකි. සෙන්ටිමීටරවලින් මනිනු ලබන එහි පාදවල දිග $AB=CD=a, BC=b$ හා $AD=b+2x$ මඟින් දෙනු ලැබේ, මෙහි $0<x<a$ වේ. BE හා CF යනු පිළිවෙලින් B හා C ශීර්ෂවල සිට AD පාදය මතට ඇඳි ලම්බ වේ.



$ABCD$ ත්‍රපීසියමේ වර්ගඵලය $S(x)$, වර්ග සෙන්ටිමීටරවලින් $S(x)=(b+x)\sqrt{a^2-x^2}$ මඟින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. $a=\sqrt{6}$ හා $b=4$ නම් x හි එක්තරා අගයකට $S(x)$ උපරිම වන බව තවදුරටත් පෙන්වා x හි මෙම අගය හා ත්‍රපීසියමේ උපරිම වර්ගඵලය සොයන්න.

A/L-2015–PartB

(130) තාත්වික θ පරාමිතියක් ඇසුරෙන් xy තලයේ C වක්‍රයක් $x=2+cos2\theta, y=4\,sin\theta$ යන සමීකරණ මඟින් දෙනු ලැබේ. $\frac{dy}{dx}$ ව්‍යුත්පන්නය θ ඇසුරෙන් සොයා, $\theta=\frac{\pi}{4}$ වන ලක්ෂ්‍යයෙහි දී C වක්‍රයට ඇඳි අභිලම්බයේ සමීකරණය $x-\sqrt{2}y+2=0$ බව පෙන්වන්න.

A/L-2015–PartA

(131) $0<\theta<\frac{\pi}{4}$ සඳහා $x=3\,sin^2(\theta/2), y=sin^3\theta$ යන පරාමිතික සමීකරණ මඟින් C වක්‍රයක් දෙනු ලැබේ. $\frac{dy}{dx}=sin2\theta$ බව පෙන්වන්න.

C මත වූ P ලක්ෂ්‍යයක දී ස්පර්ශකයෙහි අනුක්‍රමණය $\frac{\sqrt{3}}{2}$ වේ නම්, P ට අනුරූප θ පරාමිතියෙහි අගය සොයන්න.

A/L-2016–PartA

(132) $x\neq\pm 1$ සඳහා $f(x)=\frac{(x-3)^2}{x^2-1}$ යැයි ගනිමු.

$f(x)$ හි ව්‍යුත්පන්නය $f'(x)$ යන්න, $f'(x)=\frac{2(x-3)(3x-1)}{(x^2-1)^2}$ මඟින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

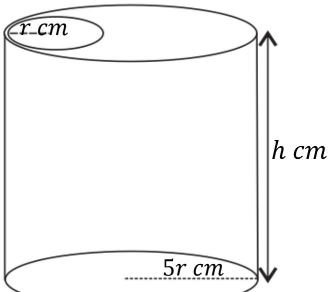
$y=f(x)$ හි ස්පර්ශෝන්මුඛවල සමීකරණ ලියා දක්වන්න.

තිරස් ස්පර්ශෝන්මුඛය $y=f(x)$ වක්‍රය ඡේදනය කරන ලක්ෂයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

ස්පර්ශෝන්මුඛ හා හැරුම් ලක්ෂ දක්වමින් $y=f(x)$ ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහන අඳින්න.

(b) අරය $5r\,cm$ හා උස $h\,cm$ වූ සෘජු වෘත්ත සිලින්ඩරයක හැඩය ඇති තුනී ලෝහ බඳුනකට, අරය $r\,cm$ වූ වෘත්තාකාර සිදුරක් සහිත අරය $5r\,cm$ වූ වෘත්තාකාර පියනක් ඇත. (රූපය බලන්න.) බඳුනෙහි පරිමාව $245\pi\,cm^3$ බව දී ඇත. සිදුර සහිත පියන සමඟ බඳුනෙහි පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $S\,cm^2$ යන්න $r > 0$ සඳහා $S = 49\pi\left(r^2 + \frac{2}{r}\right)$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. S අවම වන පරිදි r හි අගයද සොයන්න.

A/L-2016–PartB

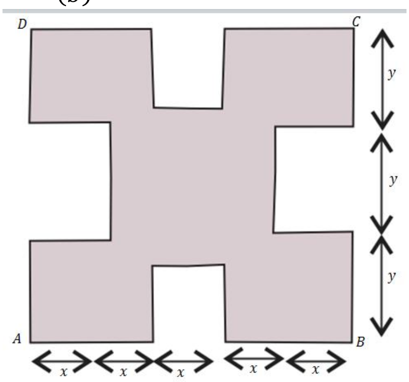


(133) (a) $x \neq 1,2$ සඳහා $f(x) = \frac{x^2}{(x-1)(x-2)}$ යැයි ගනිමු. $x \neq 1,2$ සඳහා $f(x)$ හි ව්‍යුත්පන්නය, $f'(x)$ යන්න $f'(x) = \frac{x(4-3x)}{(x-1)^2(x-2)^2}$ මඟින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

ස්පර්ශෝන්මුඛ හා හැරුම් ලක්ෂ්‍ය දක්වමින් $y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

ප්‍රස්තාරය භාවිතයෙන් $\frac{x^2}{(x-1)(x-2)} \leq 0$ අසමානතාව විසඳන්න.

(b)



යාබද රූපයේ පෙන්වා ඇති අඳුරු කළ පෙදෙසෙහි වර්ගඵලය $385m^2$ වේ. මෙම පෙදෙස ලබාගෙන ඇත්තේ ලබාගෙන ඇත්තේ දිග මීටර් $5x$ ද, පළල මීටර $3y$ ද වූ $ABCD$ සෘජුකෝණාස්‍රයකින්, දිග මීටර් yද පළල මීටර xද වූ සර්වසම සෘජුකෝනාස්‍ර හතරක් ඉවත් කිරීමෙනි. $y = \frac{35}{x}$ බව පෙන්වා, අඳුරු කළ පෙදෙසෙහි මීටරවලින් මනින ලද පරිමිතිය P යන්න $x > 0$ සඳහා $P = 14x + \frac{350}{x}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. P අවම වන පරිදි x හි අගය සොයන්න.

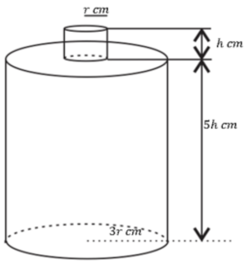
A/L-2017–PartB

(134) C වක්‍රයත්, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ සඳහා $x = 3cos\theta - cos^3\theta$, $y = 3sin\theta - sin^3\theta$ මඟින් පරාමිතිකව දෙනු ලැබේ. $\frac{dy}{dx} = -cot^3\theta$ බව පෙන්වන්න.

ස්පර්ශ රේඛාවේ අනුක්‍රමණය -1 වන පරිදි C වක්‍රය මත වූ P ලක්ෂ්‍යයෙහි ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

A/L-2017–PartA

(135) *(a)* අරය $3rcm$ හා උස $5hcm$ වන සංවෘත කුහර සෘජු වෘත්ත සිලින්ඩරයක උඩත් මුහුණතින් අරය $r\,cm$ වන තැටියක් ඉවත් කර අරය $r\,cm$ හා $h\,cm$ උස වන විවෘත කුහර සෘජු වෘත්ත සිලින්ඩරයක් රූපයේ දැක්වෙන පරිදි සවිකර $391\pi\,cm^3$ ක පරිමාවක් සහිත බෝතලයක් සදා ගත යුතුව ඇත. බෝතලයේ මුලු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $S\,cm^2$ යන්න $S = \pi r(32h + 17r)$ බව දී ඇත. S අවම වන පරිදි r සොයන්න.



(b) $x \neq -1, \frac{1}{3}$ සඳහා $f(x) = \frac{16(x-1)}{(x+1)^2(3x-1)}$ යැයි ගනිමු . $x \neq -1, \frac{1}{3}$ සඳහා $f(x)$ හි ව්‍යුත්පන්නය $f'(x)$ යන්න $f'(x) = \frac{-32x(3x-5)}{(x+1)^3(3x-1)^2}$ මඟින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

ස්පර්ශෝන්මුඛ ,හැරුම් ලක්ෂ්‍ය දක්වමින් $y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න. ප්‍රස්තාරය භාවිතයෙන් $k(x+1)^2(3x-1) = 16(x-1)$ සමීකරණයට හරියටම එක් මූලයක් පවතින පරිදි $k \in \mathbb{R}$ හි අගයන් සොයන්න. *A/L-2018–PartB*

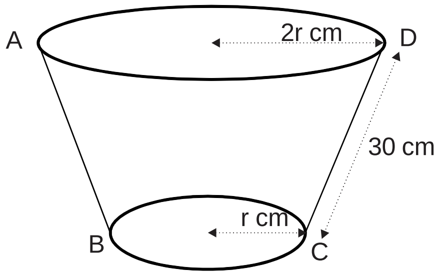
(136) C යනු $t \in \mathbb{R}$ සඳහා $x = at^2$ සහ $y = 2at$ මගින් පරාමිතිකව දෙනු ලබන පරාවලය යැයි ගනිමු. මෙහි $a \neq 0$ වේ. C පරාවලයට $(at^2, 2at)$ ලක්ෂ්‍යයෙහි දී වූ අභිලම්බ රේඛාවෙහි සමීකරණය $y + tx = 2at + at^3$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. C පරාවලය මත $P = (4a, 4a)$ලක්ෂ්‍යයෙහි දී වූ අභිලම්බ රේඛාවට එම පරාවලය නැවත $Q \equiv (aT^2, 2aT)$ ලක්ෂ්‍යයක දී හමු වේ. $T = -3$ බව පෙන්වන්න.

A/L-2019–PartA

(137) *(a)* $x \neq 3$ සඳහා $f(x) = \frac{9(x^2-4x-1)}{(x-3)^3}$ යැයි ගනිමු. $x \neq 3$ සඳහා $f(x)$ හි ව්‍යුත්පන්නය, $f'(x)$ යන්න $f'(x) = -\frac{9(x+3)(x-5)}{(x-3)^4}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

ස්පර්ශෝන්මුඛ,$y-$ අන්තඃඛණ්ඩය හා හැරුම් ලක්ෂ්‍ය දක්වමින්, $y = f(x)$ ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න. $x \neq 3$ සඳහා $f''(x) = \frac{18(x^2-33)}{(x-3)^5}$ **බව දී ඇත.** $y = f(x)$ ප්‍රස්තාරයේ නතිවර්තන ලක්ෂ්‍ය වල $x-$ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

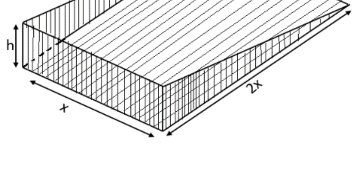
(b) C යාබද රූපයෙන් පතුලක් සහිත සෘජු වෘත්තාකාර කේතු ඡින්නකයක ආකාරයේ වූ බේසමක් පෙන්වයි. බේසමහි ඇල දිග $30\ cm$ ක් ද උඩත් වෘත්තාකාර දාරයෙහි අරය පතුලෙහි අරය මෙන් දෙගුණයක් ද වේ. පතුලේ අරය $r\ cm$ යැයි ගනිමු. බේසමේ පරිමාව $V\ cm^3$ යන්න $0 < r < 30$ සඳහා $V = \frac{7}{3}\pi r^2\sqrt{900-r^2}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. බේසමේ පරිමාව උපරිම වන පරිදි r හි අගය සොයන්න.



A/L-2019–PartB

(138) (a) $x \neq 3$ සඳහා $f(x) = \frac{x(2x-3)}{(x-3)^2}$ යැයි ගනිමු. $f(x)$ හි ව්‍යුත්පන්නය, $f'(x)$ යන්න $x \neq 3$ සඳහා $f'(x) = \frac{9(1-x)}{(x-3)^3}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. **නයින්**, $f(x)$ වැඩි වන ප්‍රාන්තරය හා $f(x)$ අඩු වන ප්‍රාන්තරය සොයන්න. $f(x)$ හි හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක ද සොයන්න. $x \neq 3$ සඳහා $f''(x) = \frac{18x}{(x-3)^4}$ **බව දී ඇත.** $y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ නතිවර්තන ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න. ස්පර්ශෝන්මුඛ, හැරුම් ලක්ෂ්‍යය හා නතිවර්තන ලක්ෂය දක්වමින් $y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

(b) යාබද රූපයෙන් දූවිලි එකතුකරනයක මිට රහිත කොටස දැක්වේ.සෙන්ටිමීටරවලින් එහි මාන රූපයේ දැක්වේ. එහි පරිමාව $x^2h\ cm^3$යන්න $4500\ cm^3$ බව දී ඇත. එහි පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $S\ \text{cm}^2$ යන්න $S = 2x^2 + 3xh$ මගින් දෙනු ලැබේ. S අවම වන්නේ $x = 15$ වන විට බව පෙන්වන්න. *A/L-2020–NS PartB*



(139) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ ඉලිප්සයට එය මත $P \equiv (5cos\theta, 3sin\theta)$ ලක්ෂයේදී වූ අභිලම්බයේ සමීකරණය $5\ sin\theta x - 3cos\theta y = 16sin\theta cos\theta$ බව පෙන්වන්න. ඉහත ඉලිප්සයට එය මත $\left(\frac{5}{2}, \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$ ලක්ෂයේදී ඇඳ අභිලම්බ රේඛාවේ $y-$අන්තඛණ්ඩය සොයන්න.

A/L-2020–NS PartA

(140) $-\frac{\pi}{4} < t < \frac{3\pi}{4}$ සඳහා $x = 2t - cos\,2t$ හා $y = 1 - sin2t$ මගින් පරාමිතිකව C වක්‍රයක් දෙනු ලැබේ. $\frac{dy}{dx}$ යන්න t ඇසුරෙන් සොයන්න. C වක්‍රයට එය මත $t = \frac{\pi}{12}$ ට අනුරූප ලක්ෂ්‍යයේදී ඇඳි අභිලම්බ රේඛාවේ සමීකරණය $6\sqrt{3}x - 6y - \sqrt{3}\pi + 12 = 0$ බව පෙන්වන්න. *A/L-2020–OS PartA*

(141) $t \neq 0$ සඳහා $x = ct$ හා $y = \dfrac{c}{t}$ මගින් මගින් පරාමිතිකව දෙනු ලබන සෘජුකෝණාස්‍ර බහුවලයට

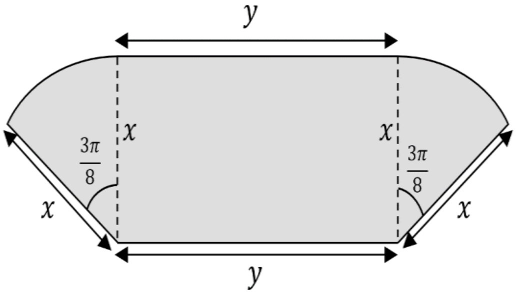
$P \equiv \left(cp, \dfrac{c}{p} \right)$ ලක්ෂයේදී වූ ස්පර්ශ රේඛාවේ සමීකරණය $x + p^2 y = 2cp$ බව පෙන්වන්න.

P හි දී මෙම බහුවලයට වූ අභිලම්බ රේඛාව වෙනත් $Q \equiv \left(cq, \dfrac{c}{q} \right)$ ලක්ෂයකදී බහුවලය නැවත හමුවේ.

$p^3 q = -1$ බව පෙන්වන්න. *A/L-2021–PartA*

(142) (a) $x \neq 0,2$ සඳහා $f(x) = \frac{4x+1}{x(x-2)}$ යැයි ගනිමු. $x \neq 0,2$ සඳහා $f(x)$ හි ව්‍යුත්පන්නය, $f'(x)$ යන්න $f'(x) = -\frac{2(2x-1)(x+1)}{x^2(x-2)^2}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.
ඒ නයින්, $f(x)$ වැඩි වන ප්‍රාන්තර හා $f(x)$ අඩු වන ප්‍රාන්තර සොයන්න.
ස්පර්ශෝන්මුඛ, x –අන්තඃඛණ්ඩය හා හැරුම් ලක්ෂ්‍ය දක්වමින් $y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.මෙම ප්‍රස්තාරය භාවිතයෙන්, $f(x) + |f(x)| > 0$ අසමානතාව තෘප්ත කරන x හි සියලුම තාත්ත්වික අගයන් සොයන්න.

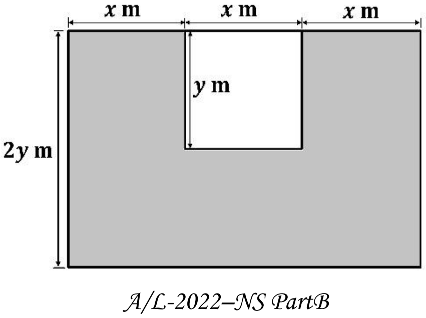
(b) යාබද රූපයෙහි අඳුරු කළ S පෙදෙසින් සෘජුකෝණාස්‍රයකින් හා කේන්ද්‍රයෙහි $\frac{3\pi}{8}$ ක කෝණයක් ආපාතනය කරන වෘත්තයක කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ දෙකකින් සමන්විත ගෙවත්තක් දැක්වේ. එහි මාන, මීටරවලින්, රූපයෙහි දක්වා ඇත. S හි වර්ගඵලය $36\ m^2$ බව දී ඇත. S හි පරිමිතිය $p\ m$ යන්න $x > 0$ සඳහා $p = 2x + \frac{72}{x}$ මගින් දෙනු ලබන බව ද, $x = 6$ විට p අවම වන බව ද පෙන්වන්න.



A/L-2021–NS PartB

(143)(a) $x \neq -2$ සඳහා $f(x) = \frac{2x+3}{(x+2)^2}$ යැයි ගනිමු. $f(x)$ හි ව්‍යුත්පන්නය, $f^{I}(x)$ යන්න $x \neq -2$ සඳහා $f^{I}(x) = \frac{-2(x+1)}{(x+2)^3}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. **ඒ නයින්,** $f(x)$ වැඩි වන ප්‍රාන්තරය හා $f(x)$ අඩු වන ප්‍රාන්තර සොයන්න. $f(x)$ හි හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක ද සොයන්න.$x \neq -2$ සඳහා $f^{II}(x) = \frac{2(2x+1)}{(x+2)^4}$ බව දී ඇත. $y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ නතිවර්තන ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න. ස්පර්ශෝන්මුඛ, හැරුම් ලක්ෂ්‍යය හා නතිවර්තන ලක්ෂ්‍යය දක්වමින් $y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න. $[k, \infty)$ මත $f(x)$ එකට–එක වන k හි කුඩාතම අගය ප්‍රකාශ කරන්න.

$(\boldsymbol{b})$ රූපයේ පෙන්වා ඇති අඳුරු කළ පෙදෙසෙහි වර්ගඵලය $45\ m^2$ වේ. එය ලබාගෙන ඇත්තේ දිග $3x\ m$ හා පළල $2y\ m$ වූ සෘජුකෝණාස්‍රයකින්, දිග $x\ m$ හා පළල $y\ m$ වූ සෘජුකෝණාස්‍රයක් ඉවත් කිරීමෙනි. අඳුරු කළ පෙදෙසෙහි පරිමිතිය $L\ m$ යන්න $x > 0$ සඳහා $L = 6x + \frac{54}{x}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.
L අවම වන x හි අගය සොයන්න.



A/L-2022–NS PartB

(144) $a, b > 0$ යැයි ගනිමු. වක්‍රයක් $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ සඳහා $x = a\sec\theta, y = b\tan\theta$ මඟින් පරාමිතිකව දෙනු ලැබේ. වක්‍රයට $P = (a\sec\theta, b\tan\theta)$ ලක්ෂයේදී වූ ස්පර්ශ රේඛාව $(0, -b)$ ලක්ෂ්‍යය හරහා යයි. P හි ඛණ්ඩාංක සොයන්න. *A/L-2022–NS PartA*