

සංකරණ හා සංයෝජන - Permutation and Combination

සංකරණ (Permutation)

A , B , C වෙනස් අක්ෂර 03 , ඡේලියක පිළියෙල කල හැකි ආකාර ගණන සොයමු.

ABC , ACB , BAC , BCA , CAB , CBA ආකාර 06 ට හැක.

මෙසේ සිදුකරන ලද වෙනස් පිළියෙල කිරීමක් සංකරණයක් ලෙස හැඳින්වේ. ඒ අනුව සංකරණ 06 ක් ඇත.

සංකරණ අර්ථ දැක්වීම :

වස්තු ගණනකින් සියල්ලම හෝ කිහිපයක් ගෙන පරිපාටිගත ලෙස කල හැකි පිළියෙල කිරීමක් සංකරණයක් ලෙස හැඳින්වේ.

A , B , C, D අක්ෂර 04 ක් ඡේලියක පිළියෙල කල හැකි ආකාර ගණන සොයමු.

ABCD	BACD	CABD	DABC
ABDC	BADC	CADB	DACB
ACBD	BCAD	CBAD	DBAC
ACDB	BCDA	CBDA	DBCA
ADBC	BDAC	CDAB	DCAB
ADCB	BDCA	CDBA	DCBA

එක් අක්ෂරයක් මුලට ගත්විට ආකාර 06 ක්ද , එවැනි අක්ෂර 04 ක් (A , B , C , D) ඇති බැවින් ,
මුළු ආකාර ගණන = $6 * 4 = 24$ කි.

මුළු ආකාර ගණන 24 ක් බව පැහැදිලිය. මෙවැනි ගැටළු වලදී සෑදෙන ආකාර මෙසේ ලිවීමෙන් ලබාගැනීම අසීරු බැවින් පහත සූත්‍රය භාවිතා කල හැක.

වෙනස් වස්තු n අතුරින් වරකට සියල්ලම ගෙන සෑදිය හැකි සංකරණ ගණන n ! වේ.

$$n ! = n (n-1) (n-2) (n-3)4 \times 3 \times 2 \times 1 \text{ වේ.}$$

මෙම ගුණිතය “ක්‍රමාරෝපිත n “ ලෙස හැඳින්වේ.

උදා : $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$

$$\begin{aligned} 10 ! &= 10 \times 9 ! \text{ බව පෙන්වන්න.} \\ 10 ! &= 10 \times 9 \times 8 \times \times 3 \times 2 \times 1 \text{ වේ.} \\ 10 ! &= 10 \times (9 \times 8 \times \times 3 \times 2 \times 1) \\ 10 ! &= 10 \times 9 ! \end{aligned}$$

සුළු කිරීම් වලදී මෙවැනි කෙටි ක්‍රම භාවිතයෙන් කාලය ඉතිරි කර ගත හැක.

$$0 ! = 1 \text{ ලෙස සලකන්න.}$$

උදා : අක්ෂර 5 ක් ඡේලියක සැකසිය හැකි ආකාර ගණන = $5! = 120$ ලෙස එක්වරම ලබා ගත හැක.

පහත ප්‍රතිඵල මතකයේ තබාගැනීමෙන් කාලය ඉතිරි කර ගත හැක.

$3! = 6$
 $4! = 24$
 $5! = 120$
 $6! = 720$
 $7! = 5040$
 $8! = 40320$

කෙටි ක්‍රම යනු ගැටළුවක් විසඳීමට ඇති කෙටි සුත්‍ර පමණක් නොව සුළු කිරීමේදී යොදා ගත හැකි මෙවැනි මතකයේ තබා ගත යුතු ප්‍රතිඵලද වේ. 9!, 10! ඉහත වටිනාකම් ඇසුරින් පහසුවෙන් ලබාගත හැක.

මෙම සිද්ධාන්තයෙන් පහත ආකාරයේ ගැටළු නිතර නිතර විභාග වලදී විමසයි.

1. අක්ෂර භාවිතා කරමින් වෙනස් වචන සැකසීම
2. වෙනස් පිංතූර බිත්තියක ඡේලියක එල්විය හැකි ආකාර
3. ඡායාරූපයක් සඳහා සිසුන් පෙල ගැස්විය හැකි ආකාර
4. ආසනයක විවිධ පුද්ගලයින් වාඩිකර විය හැකි ආකාර
5. වෙනස් කොඩි භාවිතයෙන් විවිධ සංඥා නිකුත් කිරීම
6. අල්ෆාට්‍රියක , රෙදි වැලක වෙනස් රෙදි එල්වා තැබිය හැකි ආකාර
7. අංක භාවිතයෙන් සංඛ්‍යා සෑදීම
8. පොත් රාක්කයක පොත් පිළියෙල කිරීම.
9. විවිධ දොරටු මගින් ඇතුල් වී විවිධ දොරටු මගින් පිටවන ආකාර
10. සිනු කිහිපයක් නාද කර නිකුත් කළ හැකි සංඥා ගණන

උදා (1)

2, 3, 5 යන අංක තුනම එක්වර ගෙන සෑදිය හැකි වෙනස් සංඛ්‍යා ගණන කීයද ?

උදා (2)

එකිනෙකට වෙනස් පොත් 07 ක් රාක්කයක පිළියෙල කළ හැකි ආකාර ගණන කීයද?

ඉහත සිද්ධාන්තය අනුව පිළිතුර වන්නේ , $7! = 5040$ ක් වේ.

උදා (3)

5, 7, 8 සහ 9 යන නිඛිල වරකට එක බැගින් භාවිතා කරමින් එකිනෙකට වෙනස් සංඛ්‍යා කීයක් පිළියෙල කළ හැකිද ? ඒ අතරින් 8000 ට වඩා විශාල සංඛ්‍යා කීයක් ඇත්ද ?

උදා (4)

3, 4, 7, 9 යන අංක හතරම යොදාගෙන 3000 ට වැඩි හා 9000 ට අඩු එකිනෙකට වෙනස් සංඛ්‍යා කීයක් ලිවිය හැකිද ?

කොන්දේසි සහිත පිළියෙල කිරීම් :

කිසියම් පොතක් සෑම විටම රාක්කයේ පලමු ස්ථානයේ තැබිය යුතු නම් එසේ කළ හැකි ආකාර ගණන සොයන්න. මෙවැනි ගැටළු වලදී ස්ථාන පිහිටා ඇති ආකාරය පහත සටහනින් දැක්වේ.

A	B	C	D	E	F	G
---	---	---	---	---	---	---

A නැමති පොත පලමු ස්ථානයේ පැවතිය යුතු නම් , එම ස්ථානය අනිවාර්යයෙන්ම A සඳහා වෙන් කළ යුතු අතර , ඉතිරි ස්ථාන 06 ට ඉතිරි පොත් 06 පිළියෙල කළ යුතුය. එය $6! = 720$ ලෙස කළ හැක.

කිසියම් පොත් දෙකක් සෑම විටම එක ලග පැවතිය යුතුනම්,

විශේෂිත පොත් 02 එක් පොතක් ලෙස ගැටගසා / අලවා ඇතැයි සිතමු. එවිට මුළු පොත් ගණන 06 ක් වන අතර , පොත් 06 ක් පිළියෙල කල හැකි ආකාර ගණන $6! = 720$ කි. නමුත් පොත් දෙක A|B හෝ B|A ලෙස ආකාර 02 ට අන්තර්මාරු වන බැවින් ප්‍රතිඵලය වන්නේ 720×2 කි.

සටහන :

කිසියම් පොත් දෙකක් එක ලග නොසිටින සේ පිළියෙල කල යුතු නම් , පලමුව ඉහත ලෙස එක ලග පවතින අවස්ථා ගණන සොයන්න.

$$\begin{aligned} \text{එක ලග නොපිහිට අවස්ථා ගණන} &= \text{මුළු ආකාර ගණන} - \text{එක ලග පිහිටන ආකාර ගණන} \\ &= 7! - 2 \times 6! \\ &= 5040 - 2 \times 720 \\ &= 5040 - 1440 \\ &= 3600 \end{aligned}$$

අභ්‍යාස 1

01. එක්තරා ළමයින් දෙදෙනෙකු නිතරම වෙන්වී සිටින පරිදි ළමයින් 10 දෙනෙකු පේළියක සිටුවිය හැකි ආකාර ගණන කීයද?
02. 0 , 1 , 2 , 3 , 4 යන සංඛ්‍යාංක අතරින් එකම සංඛ්‍යාංකය දෙවරක් නොසිටින සේ අංක ඕනෑම ගණනක් යොදා ගනිමින් සෑදිය හැකි සංඛ්‍යා ගණන සොයන්න.
03. ළමයින් 10 දෙනෙකුගෙන් යුත් පන්තියකින් ළමයින් 04 කින් යුත් කණ්ඩායමක් තෝරා ගත හැකි ආකාර ගණන සොයන්න. තවද එම කණ්ඩායමට පන්ති නායකයා සෑම විටම ඇතුලත් විය යුතු නම් , කණ්ඩායම තේරිය හැකි ආකාර ගණන සොයන්න
04. “ EDUCATION ” යන වචනයේ අක්ෂර සියල්ලම ගෙන සෑදිය හැකි සංකරණ ගණන සොයන්න.
05. “ TRAIANGLE ” යන වචනයේ අක්ෂර සියල්ලම ගෙන සෑදිය හැකි සංකරණ ගණන සොයන්න. ඒවායින් කීයක්,
 - i. “ N ” අක්ෂරයෙන් ,
 - ii. ‘ AL ’ වලින් පටන් ගනීද?
 - iii. A සහ L අක්ෂරවලින් පටන් ගනීද?
 - iv. කිසියම් අක්ෂර 02 ක් සෑම විටම එක ලග පවතීද?
06. 2 , 3 , 5 , 6 , 7 සහ 9 යන අංක අතුරින් එකම අංකය නැවත් වරක් නොයෙදෙන සේ අංක 03 ක් සහිත සංඛ්‍යා කීයක් සෑදිය හැකිද? ඒවායින්
 - i. 400 වඩා අඩු, ii. ඉරටටේ, iii. ඔත්තේ , iv. 5 හි ගුණාකාරයක් වන සංඛ්‍යා කීයක් ඇත්ද?
07. සමුළුවකදී, සාමාජිකයින් 12 දෙනෙකු සමුළුව ආරම්භයේදී සහ අවසානයේදී එකිනෙකා අතර අතට අත දෙයි. මුළු අතට අත දීම් ගණන කීයද?
 - 1) 66 2) 132 3) 120 4) 190
08. එකිනෙකට වෙනස් පොත් 07 ක් රාක්කයක පිළියෙල කල හැකි ආකාර ගණන කීයද?
 - 1) 40320 2) 5040 3) 720 4) 3400
09. එකිනෙකට වෙනස් පොත් 05 ක් රාක්කයක් මත පේළියට පිළියෙල කල හැකි ආකාර ගණන වන්නේ , 1) 120 , 2) 240 , 3) 60 , 4) 5
10. එකම අංකය නැවත වරක් යොදා ගනිමින් 1, 2, 3 අංක මගින් සෑදිය හැකි අංක 03 සංඛ්‍යා ගනන කීයද ?

11. “LANGUAGE” යන වචනයේ අක්ෂර සියල්ලම ගෙන ස්වරාක්ෂර අක්ෂර සියල්ලම එකට පවතින සේ සැදිය හැකි සංකරණ ගණන සොයන්න.
12. ජෙලියක ආසන 12 ක් ඇත. යාබද ආසන 2 ක් හිස්ව නො තිබෙන සේ 10 දෙනෙකුට වාඩිවිය හැකි ආකාර ගණන සොයන්න.
13. “CHEMISTRY” යන වචනයේ අක්ෂර සියල්ලම ගෙන සැදිය හැකි සංකරණ ගණන සොයන්න. ඒවායේ ,
 i. “T” අක්ෂරය මුලට සිටින සේ,
 ii. ‘ E ’ සහ “ R “ දෙක එකට සිටින සේ ,
 iii. C සහ T අක්ෂර දෙක කෙලවරක නොසිටින සේ පිළියෙල කළ හැකි ආකාර ගණනද සොයන්න.
14. මරදාන සහ බදුල්ල අතර දුම්රිය ස්ථාන 28 ක් ඇත. මගියෙකු එක් නැවතුම්පලක සිට වෙනත් නැවතුම්පලකට ගමන් කල හැකි නම් , දෙවන පංතියේ ප්‍රවේශ පත් කීයක් මුද්‍රණය කල යුතුද ?
15. කොළඹ වරායට ඇතුල්වීමට පිවිසුම් දොරටු 4 ක් ඇත. සේවකයෙකුට කී ආකාරයකින් වරායට ඇතුල් විය හැකිද ? එක් පිවිසුමකින් ඇතුල් වී තවත් පිවිසුමකින් පිටවිය හැකි ආකාර ගණන කීයද ?
16. එකිනෙකට වෙනස් පොත් 12 න් 7 සහ 5 බැගින් වූ කාණ්ඩ දෙකකට පොත් බෙදා වෙන් කල හැකි ආකාර ගණන කීයද ? තවද වෙනස් පොත් 12 , පොත් 6 බැගින් වූ සමාන කොටස්වලට බෙදා වෙන් කල හැකි ආකාර ගණනද සොයන්න.
17. “ ASSISTANT ” යන වචනයේ අක්ෂර සියල්ලම ගෙන සැදිය හැකි වෙනස් වචන සංඛ්‍යාව කීයද ?
18. “ EXPRESS” යන වචනයේ අක්ෂර සියල්ලම ගෙන සැදිය හැකි වෙනස් වචන සංඛ්‍යාව කීයද ?
19. “ MANAGEMENT ” යන වචනයේ අක්ෂර සියල්ලම ගෙන සැදිය හැකි වෙනස් වචන සංඛ්‍යාව කීයද ?
20. පාසැල් කළමනාකරණ කණ්ඩායමක් විදුහල්පතිවරු දෙදෙනෙකුගෙන්ද , ගුරුවරු හය දෙනෙකුගෙන්ද සමන්විතය. විදුහල්පතිවරයෙක් සහ ගුරුවරුන් තිදෙනෙකුගේ උප කණ්ඩායමක් පිහිට විය යුතු වේ. උප කණ්ඩායම තෝරා ගත හැකි විවිධ ආකාර ගණන කීයද ?
21. ප්‍රශ්න පත්‍රයක් ප්‍රශ්න 10 කින් සමන්විතය. විභාග අපේක්ෂකයෙකු ,
 (අ) ඕනෑම ප්‍රශ්න 7 ට
 (ආ) මුල් ප්‍රශ්න 3 ඇතුළුව ප්‍රශ්න 7 ට
 (ඇ) මුල් ප්‍රශ්න හතරෙන් අඩුම වශයෙන් ප්‍රශ්න 3 ක්වත් ඇතුළුව ප්‍රශ්න 7 කට උත්තර සැපයිය යුතුය. විභාග අපේක්ෂකයාට ප්‍රශ්න තෝරාගත හැකි වෙනස් ආකාර ගණනද සොයන්න.
22. වෙනස් සංස්ථා 03 ක් මුර කිරීමට යුධ හටයින් 8 දෙනෙකු යොදවනු ලැබේ. කිසිම සංස්ථාවක යුධ හටයන් දෙදෙනෙකුට අඩුවෙන් මුර නොකල යුතුනම් , මේ හටයන් කී ආකාරයකට යෙදවිය හැකිද ?
23. අධිවේගී මාර්ගයේ මාතර පිවිසුම් දොරටු 03 කින් ඕනෑම දොරටුවකින් ඇතුල්වන රියදුරෙකුට , කොට්ටාව පිටවීම් දොරටුවෙන් පිටවිය හැකි ආකාර ගනන කීයද ?
24. " CAT " යන වචනයේ අක්ෂර සියල්ලම එක්වර ගෙන සැදිය හැකි වෙනස් වචන සංඛ්‍යාව කීයද ?
25. " SLAS " යන වචනයේ අක්ෂර සියල්ලම එක්වර ගෙන සැදිය හැකි වෙනස් වචන සංඛ්‍යාව කීයද
26. “ SLS “ යන වචනයේ අක්ෂර සියල්ලම එක්වර ගෙන සැදිය හැකි වෙනස් වචන සංඛ්‍යාව කීයද
27. ළමයින් 06 දෙනෙක් ආසන 08 ක් ඇති රථයකට ඇතුළු වෙයි. ඔවුන්ට කී ආකාරයකින් ආසන වල වාඩිවිය හැකිද ?